OPVSCVLVM GEOMETRICVM

DE

LINEA SINVVM ET CYCLOIDE

Auctore

ANTIMO FARBIO

ROMAE,

Typis HH. Francisci Corbelletti. 1659.

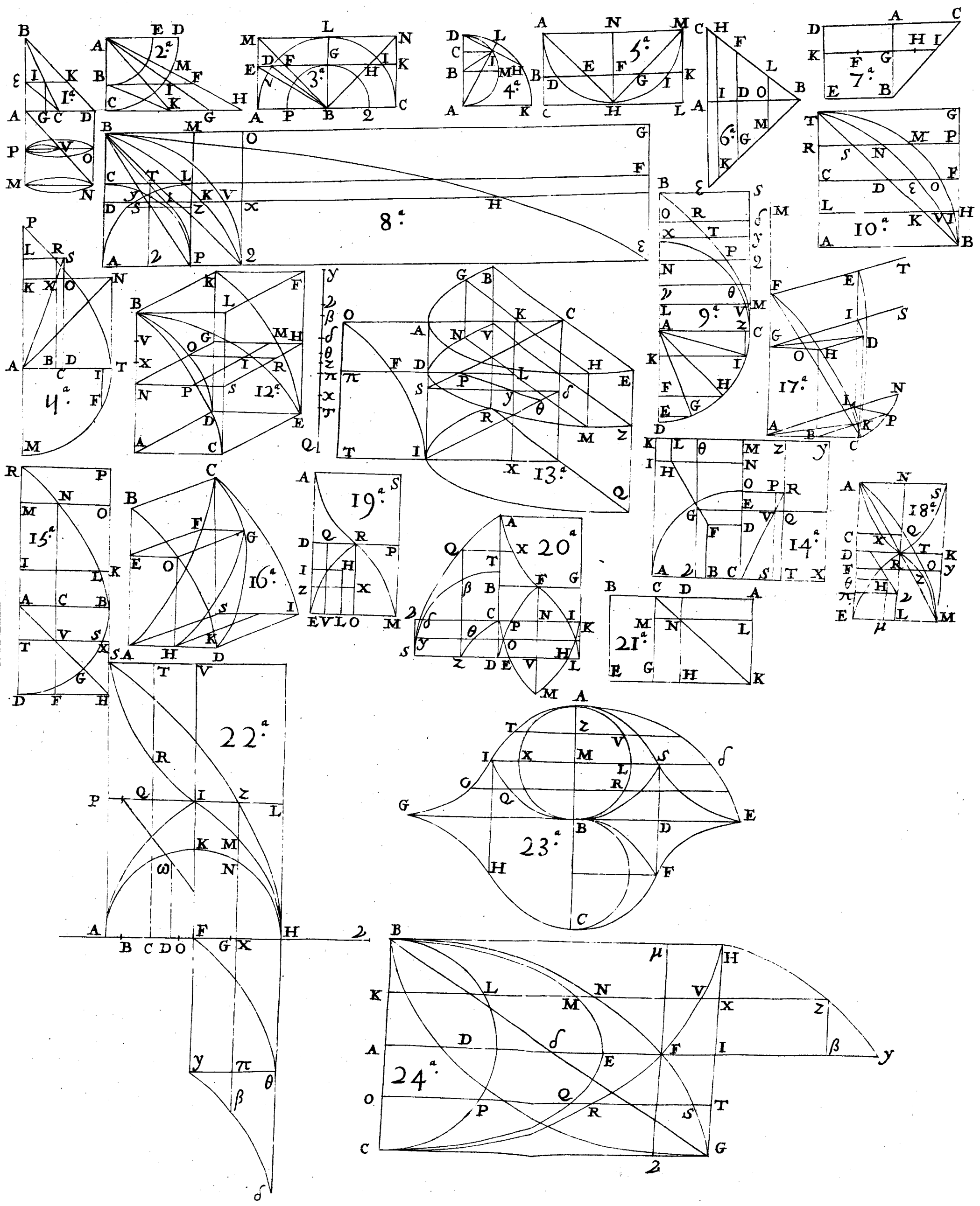
SVPERIORVM PERMISSV.

Imprimatur si videbitur Reuerendissimo P. Magist. Sac. Pal. Apostol.

M. A. Oddus Episc. Hyerap. Vicesg.

Imprimatur

Fr. Donatus Caruelechius Reuerendiss. Pat. Magist. Sac. Palat. Apostol. Socius Ord. Præd.


1a.
2a.
3a.
4a.
5a.
6a.
7a.
8a.
9a.
10a.
11a.
12a.
13a.
14a.
15a.
16a.
17a.
18a.
19a.
20a.
21a.
22a.
23a.
24a.

Ad Illustrissimum

ABBATEM GRADIVM.

DE quadam linea, quam sinuum voco, cuius aliquot proprietates nuper demonstraui, tecum mihi semel, iterumq. sermonem fuisse memini, Vir Illustrisime; commenta mea, vt tute scis, pressa apud me ac reposita seruare cogitaueram; sed à quodam Anonymo, Insigni, vt præsefert, Geometra, ad aliquot problemata demonstranda sollicitatus, cum ad propositum finem, eiusdem lineæ ductu, quasi Ariadnæ filo, iuxta facilè atque fæliciter peruenerim, facere non potui, quin nugas illas meas manumitterem, & publica libertate donatas, clarissimo tuo nomini, quod per tuam humanitatem mihi liceat, inscriberem: Methodus à me inita non omnino Caualeriana est, parum tamen ab illa discrepat: elementaria suppono, cum hæc rudioribus Tyronibus non scribam: quædam alia præ-

mitto, breuiter tamen demonstrata, quæ mihi sunt positionum loco. Cæterùm rem mihi gratissimam feceris, si velocibus saltem ac currentibus oculis lustrare digneris; quid enim te omnigena literatura instructum, nec non maioribus vacantem studijs, in nugis diutiùs detinerem; hæc amicitiæ nostræ facilè dabis; si tamen tuus ille Riccius vestrorum Geometrarum facilè Coryphæus per te adduci possit (nec enim mihi tantùm arrogo) vt hæc etiam legat, id me summæ gratiæ loco habiturum, tibi persuadeas velim; Porro si hæc non prorsus ingrata tibi acciderint, centuriam illam meam de maximis & minimis, cuius aliquando inter colloquendum, mentionem feci, aliaque opuscula geometrica publici iuris faciam, vt maiori, vniuersæ, quam paro, Geometriæ codici præludant. Vale Kalend. Octobris An. CIↃIↃCLVIII.

Definitio I.

Linea sinuum est sinuum rectorum, arcui quadrantis deflexo ordinatim applicatorum terminatio, vel est

Linea curua, descripta ab extremo puncto semidiametri, ascendentis, motu æquabili, per arcum deflexum quadrantis, accedente ad punctum oppositum, iuxta rationem sinus versi arcus decursi. Vtraque definitio in prima propositione explicabitur.

Definitio II.

Cyclois est compositarum ex sinubus & superioribus arcubus diametro eiusdem circuli ordinatim applicatarum terminatio; vel est Linea curua descripta à puncto mobili motu mixto ex motibus orbis & centri æqualibus.

Vtraque in 23. prop. explicabitur.

Definitio III.

Figura procedere dicitur per sua elementa, in qua accipiuntur parallelæ basi lineæ, si basis linea est, vel superficies parallelæ, si basis est superficies. Fig. 1

Explicatur. Sit rectangulum *m d*, accipiantur quotcumque parallelæ basi *m n*, vt *p o*, &c. dicitur rectangulum *m d*, procedere per *m n*, *p o*, aliaque huiusmodi elementa: pari modo cylindrus *m d*, procedit per plana circularia *m n p o*. &c. item triangulum *m a n*, per lineas *m n*, *p u*; conus *m n a*, per circulos *m n*, *p u*, &c.

Definitio IV.

Figura Isoparallela est, quæ procedit per elementa basi æqualia, vt rectangulum, cylindrus, prisma, &c.

Definitio V.

Homogeneæ figuræ sunt, quæ procedunt per elementa proportionalia, v.g. rectangulum *m d*, & cylindrus *m d*, sunt homogeneæ figuræ, quia vt linea *m n*, ad *p o*, ita planum *m n*, ad planum *p o*.

Definitio VI.

Centrum grauitatis est illud, ex quo suspensa perpendiculo quantitate, æquipondium est.

Definitio VII.

Libra est linea cuius extremitatibus annexa pondera, & perpendiculo suspensa, ex aliquo eiusdem lineæ puncto, faciunt æquipondium.

Definitio VIII.

Momenta sunt appensorum ponderum nisus inuicem comparati.

Positio I.

Figuræ Homogeneæ eiusdem generis, altitudinis & basis, sunt æquales; eiusdem altitudinis sunt vt bases; eiusdem basis sunt vt altitudines; diuersæ basis & altitudinis sunt in composita basium & altitudinum. Sint duæ figuræ homogeneæ eiusdem generis *b a c*; *b e d* eiusdem basis & altitudinis; illæ sunt æquales, vt enim *a c*, est æqualis *e d*, ita *e i*, æqualis *i k*, atque ita de cæteris; igitur sunt æquales: sint eiusdem altitudinis, non basis, *a b c*, *a b d*, sunt vt bases *a d*, *a c*, vt enim *a d*, ad *a c*, ita *e k*, ad *e i*, atque ita de cæteris; igitur *a b d*, est ad *a b c*, vt *a d*, ad *a c*, sint eiusdem basis, non altitudinis, *a b c*. *a e c*. sunt vt altitudines *a b*, *a e*. vt enim *a b*, ad *a e*. ita *g i*, ad *g l*. atque ita de cæteris; igitur *a b c*. est ad *a e c*. vt *a b*. ad *a e*. sint demum diuersæ basis & altitudinis *a b d*. *a e c*. sunt in composita basium & altitudinum, id est vt rectangula sub *b a*, *a d*, & sub *e a*. *a c*. nempe *a e c*, est ad *a b c*. vt rectangulum sub *e a c* ad rectangulum sub *b a c*, *b a c* verò est ad *b a d*, vt rectangulum sub *b a c*, ad rectangulum sub *b a d*. igitur *e a c*. est ad *b a d*, vt rectangulum sub *e a c*. ad rectangulum sub *b a d*, id est in composita ratione ex rationibus *a e* ad *a b* & *a c* ad *a d*. Si basis sit planum, erunt figuræ vt isoparallela sub basibus & altitudinibus. alijs porro figuris homogeneis idem modus demonstrandi applicabitur.

Positio II.

Quadrans est ad triangulum in composita ex ratione semidiametri ad altitudinem, & ex ratione arcus quadrãtis ad basim trianguli. Sit quadrans *a d c*, & quodlibet triangulum *a e b*, dico esse homogeneum quadranti; vt enim *a e* ad *e h*, ita *a b*, ad *b f*. igitur vt *a c*, ad *a b*, ita *c h* ad *b f*. sed vt *a c* ad *a b*, ita arcus *c d* ad arcum *b e*. igitur figuræ procedunt per elementa proportionalia, per d. 3, igitur sunt homogeneæ, per d. 5. igitur sunt in composita basium & altitudinum per posit. 1, est autem basis quadrantis, eiusdem arcus; altitudo verò, eiusdem radius, vel semidiameter. Fig. 2.

Coroll. I.

Hinc assumpta basi trianguli *c g*, æquali arcui *c d*, & altitudine *e a*, triangulum *a e g* erit æquale quadranti *a c d*. assumpta basi minore, vt *e k*, vel maiore, vt *e b*, erit *a e k* ad *a c d*, vt *e k* ad *e g*, & *a c b* ad *a c d*, vt *e b*, ad *e g*, denique *b e k* ad *a c d*. vt rectangulum sub *b e k*, ad rectangulum sub *a e g*. Co-

Coroll. II.

Hinc rectangulum sub radio *a e* & dimidia *e g* est æquale quadranti *a e d*. igitur rectangulum sub *a e* & dupla *e g* est æquale circulo; sub quadrupla vero *e g*. est duplum circuli. Hinc demum quilibet sector, puta *a e m* est ad triangulum, puta *a e k* vt arcus *e m*. ad *e k*.

Positio III.

Cylindrus est sesquialter Hemisphærij eiusdem altitudinis & basis. Fig. 3.
Sit quadrans *a l b*. rectangulum *a l*. triangulum *b m l*, voluantur circa *b l*; gignitur Hemisphærium ab *a b l* cylindrus ab *a l*. conus à *b m l*: his positis, genitum à trilineo *a m l* est homogeneum cono genito à *b l m*. cum enim circuli sint vt quadrata radiorum; sit quælibet *e g*. quadratum *g e*, vel *b d* adæquat quadrata *g d* & *g b* vel *g f*. igitur genitum à *g e* adæquat genitum à *g d* & *g f* vel *d e*. igitur genitum à *g f* æquale est genito à *d e*. igitur genitum ab *l m* est ad genitum ab *f g* vt ad genitũ à *d e*. igitur genita à trilineo *a m l* & triangulo *b m l* sunt homogenea, per d. 5. sunt autem eiusdem basis, genitæ scilicet ab *l m*; & altitudinis *b l*. igitur sunt æqualia per posit. 1. cum igitur genitum à triangulo *b m l* sit * cylindri geniti ab *a l*. erit quoque * eiusdem cylindri genitum à trilineo *a m l*. igitur genitum ab *a l m*, scilicet hemisphærium, eiusdem cylindri * adæquat. igitur cylindrus est sesquialter Hemisphærij. * $\frac{2}{3}$ * $\frac{1}{3}$ * $\frac{2}{3}$

Positio IV.

Superficies Hemisphærij est æqualis superficiei cylindri eiusdem basis & altitudinis demptis basibus; nempe Hemisphærium est homogeneum cono; vt enim genitum ab *l m* ad genitum à *g f*, ita genitum ab arcu *l a* ad genitum ab arcu *g p*, scilicet vt quadrata *l m*, *g f*; est autem communis altitudo *b l*; igitur figuræ sunt vt bases, sed Hemisphærium est duplum coni, per posit 3. igitur basis coni genita ab *l m*. est * superficiei Hemisphærij genitæ ab arcu *l a*. est autem superficies cylindri genita ab *a m* dupla circuli geniti ab *l m*. nempe æqualis rectangulo sub *a m* & quadrupla arcus quadrantis, per Coroll 2. posit. 2. igitur superficies cylindri æqualis est superficiei Hemisphæri: Hinc superficies sphæræ quadrupla maioris circuli. * $\frac{1}{2}$

Alio modo. Hemisphærium est homogeneum cono; igitur illius superficies ducta in * altitudinis *b l*. producit solidum; cylindrus verò quatenus procedit per superficies cylindricas est homogeneus triangulo, igitur superficies genita ab *m a* ducta in * *m l*. vel *b l*. producit solidum; est autem ratio productorum, seu solidorum * altera ratio est * igitur altera, quæ est superficierum, est * igitur superficies æquales sunt. * $\frac{1}{3}$ * $\frac{1}{2}$ * $\frac{2}{3}$ * $\frac{3}{2}$ * $\frac{1}{1}$

Posi-

Positio V.

Secta sphæra per plana parallela, segmenta superficiei sphæricæ sunt vt segmenta diametri, ad angulos rectos à planis sectæ: sit v.g. planum *ek*. dico superficiem genitam ab arcu *ad*. esse ad genitam ab arcu *dl*, vt *bg*. ad *gl*. nempe genitum ab *abm*. est æquale hemisphærio, per Posit. 3. estque genitum ab *abe*, procedens per superficies cylindricas, quarum prima est genita ab *ae*. homogeneum genito ab *abd*. procedenti per sphæricas, quarum prima est genita ab *ad*. cum autem genitum à *gf* sit æquale genito à *de* & cũ genitum à *bfg* sit ad genitum à *bed* vt basis genita ab *fg* ad genitam à *de*, erit genitum à *bfg* æquale genito à *bde*. sed genitũ à *bfg* æquale est genito à trilineo *aed* sublato autem communi genito à trilineo *aed*, erunt residua æqualia, genita scilicet à *bud*. & *aeu*. igitur genitum à *bad* æquale genito à *bae*. sed hæc sunt homogenea, eiusdem altitudinis *ab* igitur & eiusdẽ basis per posit 1. sunt autem bases genitæ ab *ae*. & arcu *ad*. sed genita ab *ae* est ad genitam ab *em*. vt *ae* ad *em*. vel vt *bg*. ad *gl*. igitur genita ab arcu *ab*. ad genitam ab arcu *dl*, vt *bg*. ad *gl*. idem assumpto quolibet alio puncto demonstrabitur; igitur segmenta superficiei hemisphærij sunt vt segmenta semidiametri ab ijsdem planis; igitur segmenta superficiei sphæræ vt segmenta diametri.

Positio VI.

Fig. 4. Si vt *ad* radius quadrantis *adK*. vel sinus totùs ad *di* sinum rectum anguli *bal*, ita *di* ad *de*, erit *ad* ad *ai*, vt *ai*, ad *ae*. cuius & *ad* differentia est eadẽ *de* quæ est sinus versus anguli *dbi* dupli *dai* in quadrante *dbm*. sub radio *bd*. subduplo prioris *ad*. nempe subtensa *db* & omnes aliæ secantur bifariam à peripheria *dma*. hæc constant ex elementis.

Positio VII.

Fig. 5. Si sit qualibet figura, puta semicirculus *abm*. quæ voluatur circa *ae*. genitum ab *amb*. est ad genitum à rectangulo *al* vt isoparallelum sub basi *amb* & altitudine *am*. ad parallelepipedũ sub basi *al* & altitudine *am*. nempe genitum ab *am* est ad genitum à *di*. vt quadradum *am* ad quadratum *bi* minus quadrato *bd*. id est ad rectangulum sub basi *di*. & altitudine *am*, idem qualibet alia assumpta demonstratur, igitur genitum ab *amb* est ad genitum ab *al*. vt isoparallelum, sub basi *amb* & altitudine *am* ad parallelepipedum eiusdem altitudinis, sub basi *al*. Si assumatur qualibet alia figura, v.g. triangulum *amb*, vel quodlibet aliud trilineum, idem prorsus demonstrabitur.

Po.

Positio VIII.

Figuræ homogeneæ eiusdem altitudinis habent centrã grauitatis à basi æquidistantia Sint *eab*, *eab* figuræ homogeneæ, sit *da*. distantia centri grauitatis figuræ *eab* à basi *ae*; erit eadem centri figuræ *eab* à basi *ae*; si enim perpendiculo *df* suspendatur *eab*, erit æquipondiũ; igitur momenta trapezij *aefd* & trianguli *dfb* sunt ęqualia; at sunt in composita quantitatum & distantiarum permutando; cum autem sit trapezium *adge* ad *dgb*, vt est *adfe* ad *dfb*; sit in *ol* centrum grauitatis *dfb*; sitque vt trapeziũ *adfe* ad *dfb*, ita *od* ad *di*, erit trapezij centrum in *ib*; igitur & centrum *gdb*, in *om*, & trapezij *adge*, in *iK*; igitur totius figuræ *abe* in *dg*, idem in quibusuis alijs homogeneis, siue solidis, siue planis demonstratur. hęc cursim ac breuiter indico, quę apud Caualeriũ exercit. 5. p. 9. & alios, qui de statica in rigore geometrico scripserunt, fusius demonstrata inuenientur; igitur cum hæc supponi possint, breuiter indicasse satis erit. Fig. 6.

Positio IX.

Si duæ figuræ, v.g. *ea*, *bae*. in communi axe *ba* librentur, erũt momenta vt solida ab eisdem circa *ba* reuolutis genita, quia momenta sunt in composita ex ratione quantitatũ, & ex ratione distantiarum centri vtriusque figuræ ab axe communi *ba*. igitur momentum *Kg* est ad momentum *gi*, in composita ex ratione totius ad totam, & dimidiæ ad dimidiam, id est in duplicata *gK* ad *gi*, id est vt quadratum *gK* ad quadratum *gi*, id est vt genitum à *gK*. ad genitum à *gi*. idem qualibet alia assumpta ostendetur; igitur momentum totius *ea* est ad momentum *bae* vt genitum ab *ia* ad genitum à *bae*. hæc breuiter indico; videri possunt fusiùs demonstrata apud citat. Caualer. & Torricellum de dimens. parab. lem. 31. Fig. 7.

Coroll.

Hinc data ratione figurarum & distantiarum ab vtroque centro, v.g. *gf*, *gb* cognoscitur ratio solidorũ, seu genitorum ab eisdem figuris & vicissim, data ratione solidorum, & distantiarum, habetur ratio figurarum & data ratione solidorum & figurarum habetur ratio distantiarum.

Propositio I.

Figura homogenea figuræ sinuum, cuius basis quadrupla est axis, æquat superficiem hemisphærij, sub radio, æquali basi figuræ sinuum. Fig. 8. Vt hæc propositio intelligatur, aliquid constructionis adhibendum est. Sint *bae* ad angulos rectos, sitq. *ae* quadrupla *ab*; sit quilibet quadrãs *apl*, eius arcus *al* diuisus bifariã in *f*, sinus *fz*. diuidatur

B ab.

ab bifariam in *d*, sitque vt sinus totus *ap* ad *fz* ita *ae* ad ordinatim applicatam *db*. eodem modo inuenientur aliæ ordinatim applicatæ, arcu *al* & recta *ab* proportionaliter diuisis; denique per extremitates applicatarum curua *bbe* ducta censeatur; sit *aq* æqualis *ab*, sitque vt *ae* ad *db* ita *ae* ad *dK*. idemque fiat in alijs applicatis, erit figura *abKq* homogenea figuræ *abbe*. sit demum *ae* ad *ab* vt radius, vel semidiameter ad arcum quadrantis, sit *ap* æqualis *ae*, sitque *di* æqualis *fz*; & similiter applicentur alij sinus; erit *btp* linea sinuum, vocetur autem *abp* figura sinuum, *ab* axis, *ap* basis, *apl* quadrans genitor, *ebt* segmentum rectum, *γtp* segmentum versum, *et*. *di*, ordinatim applicatæ; *tγ* parallela axi, *aetp* trapezium figuræ rectum, *abtγ* trapezium versum, genitum à figura circa *ba* solidum rectum, circa *ap* solidum versum. constat autem, *ae* quadruplam *ab* æqualem esse peripheriæ circuli, sub radio *ae*, vel *ap*; constat etiam, figuram *abe* esse homogeneam figuræ sinuum; deniq. voluatur *pa* in plano quadrantis, punctum *a* describit arcum *afl* æqualē rectæ *ab*, qui si voluatur circa *lp*, vt *a* describit peripheriam, sub radio *pa*, ita *f* suam describit, sub radio *fz*, & quodlibet aliud punctum suam, sub radio, qui est sinus terminatus ad punctum genitorem, ac demum totus arcus *afl* superficiem Hemisphærij; his positis facilè demonstratur propositio.

Est enim figura *abbl* homogenea figuræ sinuum *abtp* per d.5. basis *ae* quadrupla est axis. *ab* estque vt *ap* ad *fz*. ita *ae* ad *db*, *ae*, est æqualis peripheriæ sub radio *ap* genitæ scilicet ab *a* igitur *db* æqualis peripheriç sub radio *fz* genitæ scilicet ab *f*. igitur figura *abe* & superficies hemisphærij, genita ab acrcu *afl* sunt figuræ homogeneæ, per d.5. sunt eiusdem basis; nam *ae* est æqualis peripheriç genitæ ab *a*; item eiusdem altitudinis, nam arcus *al* æqualis est rectæ *ab*; igitur figuræ sunt æquales, per posit. 1.

Propositio II.

Figura *ab be* est ad *abKq* vt *ae*, ad *ae*; item ad figuram sinuum vt *ae* ad *ap*, id est vt peripheria ad radium, quia cum sint homogeneæ per construct. ac eiusdē altitudinis *ab*, sunt vt bases per posit. 1. igitur vt *ae* ad *aq* & *ab*. idem de omnibns alijs homogeneis demonstrabitur.

Propositio III.

Qualibet figura homogenea figuræ Sinuum *abtp* & eiusdem altitudinis *ab* æqualis est rectangulo sub sua basi & *ae*, vel *ap*. nam cum *abbl* sit æqualis duobus circulis, sub radio *ae* vel *ap*, per posit. 4. æquat rectangulum *af*, per corol. 2. posit. 2. igitur cum

abbe,

abbe, sit ad *abtp* vt *ae* ad *ap* per 2. prop. erit vt rectangulum *af*, ad rectangulum *al*. igitur *abtp* æqualis est rectangulo sub basi *ap*, & *ae*; pari modo ostendetur *abkq* æqualem esse rectangulo *an*, atque ita de cæteris.

Coroll. I.

Hinc figura sinuum æqualis est quadrato suæ basis, seu radij quadrantis genitoris; sic *abtp* est æqualis quadrato *al*. est enim *al* quadratum; quia *ap* est æqualis *ae*.

Coroll. II.

Trilineum *bmp* adæquat differentiam quadrati radij, scilicet *al* & semicirculi sub eodem radio; est enim *am*, æquale semicirculo, per Corol. 2. Posit. 2. & *abtp* æqualis quadrato radij.

Coroll. III.

Hinc prędictum trilineum æquale est rectangulo *em* sub radio & differentia eiusdem radij & arcus quadrantis.

Coroll. IV.

Idem trilineum adæquat bis segmentū circuli sub radio *ap*, contentum arcu quadrantis, & subtensa.

Coroll. V.

Segmentum contentum recta *bp* & curua *btp*, id est linea sinuum, est æquale trilineo *ael*.

Coroll. VI.

Vt *ao* quadratum arcus quadrantis ad *am* seu semicirculum, ita *am* ad *al* quadratum radij; hinc semicirculus est medius proportionalis inter quadrata radij & arcus quadrantis.

Coroll. VII.

Trilineum *ebp* æquat trilineum *ael*. item *bet* æquat trilineū *plt*. item *bey* æquat sectionem sub arcu *yp*, & recta *yp*.

Schol.

Fingendum est animo arcum *afl*, remissa curuitate, in rectam *ab* deflecti; item singulas peripherias arcui *afl* ordinatim ad angulos rectos applicatas (sic enim radius in arcum incidit) in rectas æquales etiam deflecti, ipsi *ab* ordinatim applicatas ad angulos rectos; sic tota superficies hemisphærij ab arcu *afl* genita in figuram planam *abbe* abit, eademque manet quantitas, sed rotunda

 dum:

dumtaxat & curua in recta & plana mutantur.

Prop. IV.

Fig. 9. Si figura sinuum voluatur circa axem, genitum est subduplum cylindri eiusdem basis & altitudinis: sit figura sinuum *a b c*, quadrans *a d e* sint *d g*, *i c* arcus æquales: sitque sinus *e g* in *o r* translatus, & *K i* in *l u*; erit *o b* æqualis *a l*, item arcui *d g*, vel *i c*; cum autem quadratum *a c*, vel *a i* adæquet quadrata *K i* & *i c*, vel *e g*, id est quadrata *l u*, & *o r*; erit differentia quadratorum *l u*, *l m*, æqualis quadrato *o r*. sunt autem circuli vt quadrata radiorum: igitur genitum ab *l u* cum genito ab *o r* adæquat genitum ab *l m*. igitur genitum ab *o r* æquale est genito ab *u m*. pari modo genitum ab *r s* est æquale genito ab *l u*; igitur genita ab *a b c* & à trilineo *b s c* sunt homogenea; igitur æqualia, cum sint bases æquales, & eadem altitudo; igitur alterutrum est subduplum geniti ab *a s*, cylindri scilicet eiusdem basis & altitudinis.

Coroll. I.

Hinc semiparabola sub axe *a b* & base *a c* est quidem maior figura *a b c*; reuoluta tamen circa axem gignit solidum æquale genito à figura *a b c*, si autem *a b* diuidatur bifariã in *n*, & ducatur *n p* prædicta semiparabola secat lineam sinuum in *p i*, & applicatæ supra *n p* in parabola, sunt maiores, infra verò, minores, quàm in linea sinuum.

Coroll. II.

Genitum à qualibet figura homogenea figuræ sinuum, est subduplum cylindri eiusdem altitudinis & basis, sunt enim figurarum homogenearum genita homogeuea.

Coroll. III.

Fig. 8. Genitum à quadrante *a b c* est ad genitum à figura *a b K q*. vt 4. ad 3. quia genitum á quadrante, scilicet hemisphærium, est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis, vt 4. ad 6.

Coroll. IV.

Genitum a quadrante genitore *a l p* vel *a c p* est ad genitum à figura *a b p* vt * radij *c a* ad * *a b* æqualis arcui quadrantis *a s l*; id est, iuxta cyclometriam Archimedeam, vt 28. ad 3. ad genitum verò à trilineo *c b p* vt * *a c* ad differentiam * *a c* & * *a b*, id est vt 28, ad 5.

* $\frac{1}{2}$ * $\frac{2}{3}$

* $\frac{1}{8}$ * $\frac{2}{3}$ * $\frac{2}{3}$

Corol.

Coroll. V.

Si sit media proportionalis inter *a b a p*, parellelepidum sub illius quadrato, & altitudine *a b* adæquat genitum à figura *a b s p*; est enim subduplum eiusdem cylindri, cum basis illius sit æqualis semicirculo.

Coroll. VI.

Genita à figuris homogeneis *a b s p* eiusdem altitudinis, sunt vt quadrata basium figurarum, v.g. genitum ab *a b s p* est ad genitum ab *a b K q* vt quadratum *a p* ad quadratum *a q*.

Coroll. VII.

Genitum à lunula contenta arcu quadrantis *b u q* & curua *b k q* est subduplum geniti à triangulo *a b q*; sit enim genitum à rectangulo *a o*, 6. genitum à triangulo *a b q* erit 2. à figura *a b K q* 3. à quadrante *a b u q* 4. igitur à lunula 1. igitur subduplum geniti à triangulo *a b q*, & æquale genito à segmento contento curua *b K q* & recta *b q*. Hinc vt superficies genita à recta *b q* diuidit bifariam genitum à quadrante, scilicet Hemisphærium, ita superficies genita à curua *b K q* diuidit bifariam genitum à segmento quadrantis, contento arcu *b u q* & recta *b q*.

Coroll. VIII.

Si sit quadrãs *a t m b*, & figura homogenea figuræ sinuum *a t n b*; rectangulum *a g*, *a t* diuisa bifariam in *c*, *c f* parallela *a b*, recta *t b*; genita à quatuor segmentis *e d e o f* sunt æqualia; sit enim genitum à *c f* 16. erit genitum à *e d* 4. à *c e* 8. à *c o* 12. igitur à *d e* 4. ab *e o* 4. ab *o f* 4. ac proinde æqualia. Fig. 10.

Coroll. IX.

Si ducantur duæ *r p*, *l b* parallelæ *e f*, & ab eadem æquedistantes, cum genita ab *r s* & *i b* sint æqualia, sunt enim *a l*, *r t*, *r s* æquales, item genita ab *l K*, *m p*; erunt etiam genita ab *r m* & *K b* æqualia; & subtractis æqualibus genitis ab *r s* & *i b* residua erunt æqualia, genita scilicet ab *s m*, *K i*. idem quibuslis alijs assumptis demonstrabitur: hinc cono genito ab *a t b* subtracto ab hemisphærio, residuum à plano *e f* bifariam diuiditur.

Coroll. X.

Si *a l*, *o b* assumantur æquales, cylindrus sub basi circulo ab *a e* genito, & altitudine *a l*, adæquat genita à segmento recto *o b r* & à trapezio *a l u c*; nempe genitum à trilineo *c u m* est æquale genito à seg menro *o b r* Fig. 9.

Corol.

Coroll. XI.

Hinc genitum ab *luro* est ad reliquum vt *nl* ad *la*. Hinc potest haberi frustum medium in qualibet data ratione ad totum, si postuletur ratio sesquitertia fit *nl* ad *na* vt 3 ad 4. erit genitum ab *luro*. ad genitum à figura *abc* vt 3. ad 4. id est vt *nl* ad *na*.

Coroll. XII.

Hinc demum genita ab *obr* & *cmu* sunt æqualia, item genita ab *aluc* & à *brsf*; item genita ab *rtyδ*, & ab *luθγ*. &c.

Proposit. V.

Segmentum quodlibet rectum figuræ sinuum est ad totam figurā vt sinus versus illius arcus, cui altitudo segmenti ęqualis est, ad sinum totum. Sit enim segmentum quodlibet *nbp* cuius altitudo *nb* sit æqualis arcui *db* ac proinde *bf*, æqualis *np*; dico segmentū *nbp* esse ad totam figuram *abc* vt sinus versus *df* ad sinum totū *da*: cum enim figura *abc* sit homogenea superficiei Hemisphærij, hæc diuiditur in ratione segmentorum radij per Posit. 5. v. g. Si voluatur arcus *dc* circa *da*, superficies genita ab arcu *db* est ad genitam ab arcu *dc* vt segmentum *nbp* ad figuram *abc*; sed genita ab arcu *db* est ad genitā ab arcu *dc* vt *df* ad *da*, per Posit. 5. igitur segmentum *nbp* est ad *abc*, vt *df* sinus versus arcus *db* æqualis *nb* altitudini segmenti, ad *da* sinum totum; idem assumpto quouis alio segmento demonstrabitur.

Coroll. I.

Hinc dari potest segmentum, quod sit ad totam figuram in data qualibet ratione, v. g. sit data ratio *de* ad *da*, sit *or* applicata æqualis *og*, erit segmentū *obr* ad totam *abc* vt *de*, ad *da*. hinc si postuletur segmentum, quod sit *totius, sit *df*, verbi gratia * *da*. sit *nb*. applicata æqualis *fg*, erit *nbp* ad *abc* vt 1. ad 4. hinc si *aγ* sit * *ab* erit *γbθ* * *abc*, ac proinde *γθ* diuidit figuram sinuum æqualiter.

*8/4 *1/4 *1/2 *1/3

Coroll. II.

Hinc segmentum rectum est ad totam figurā, vt applicata trilineo figuræ coniuncto æquè distans à basi trilinei, ac basis segméti à basi figurę, ad basim trilinei v. g. sit segmētū *obr*, trilineū figurę coniūctū *bsc* basis trilinei *bf*, distantia basis segmenti à basi figuræ *oa*, sit ęqualis à basi trilinei *fm*; dico segmentum *obr* esse ad totam *abc*. vt applicata trilineo *um* ad basim *bf*: sit enim sinus *eg* vel *zi* æqualis *or*, ac proinde *ob* æqualis arcui *dg* vel *ci*, segmentum *obr*.

obr est ad totam *abc*, vt *de*, vel *zc* ad *da*, vel *ac*; sed *lu* est æqualis *az*. vel *ae*. igitur *um* æqualis *zc*; igitur *obr* est ad *abc*, vt *um* ad *bf*. idem de quolibet alio segmento demonstrabitur.

Propositio VI.

Definiri potest ratio segmenti versi ad totam figuram sinuum. Sit figura sinuum *apt*, quadrans *amt*, trilineum annexum *put*, sit *ak* æqualis *at*, ac proinde quadratum *an*; sit quodlibet segmentum versum *brt*; ducatur *lr* indefinitè, sit *lr*, æqualis *if*, denique per punctum *x*, in quo *br* axis segmenti secat *Kn* latus quadrati *an*, ducatur *axf*, & ex *f* demittatur *fc*, parallela axi *rb*, cū tota figura *apt* sit ad segmentum rectum *lpr*, vt *at*, ad *it*, per prop. 5. & ad rectangulum *ar*, vel *ad* ipsi ęquale, vt *at* ad *ac*, erit ad reliquum, scilicet ad segmentum versum *brt*, vt *at* ad *ct*; igitur inuenta est ratio quæsita. Fig. 11

Coroll. I.

Hinc tota figura est ad vtrumq. segmentū *art*, *lpr*, vt *at* ad *ct*.

Coroll. II.

Hinc tota figura est ad segmentum versum, vt sinus totus ad basim segmenti, minùs composita ex excessu, quo sinus totus superat sinum rectum arcus ęqualis axi segmenti, & ex linea, quę sit ad excessum, quo prędictus axis superat radium, vt sinus complementi prędicti, arcus ad radium.

Propos. VII.

Si voluatur figura sinuum circa parallelam axi, in extrema basi erectam, genitum à figura erit ad cylindrum eiusdem altitudinis, sub basi circulo genito à basi fig. vt composita ex radio & excessu, quo radius superat dimidium axis, ad totum axem. Sit enim fig. Sinuum *abc*, perpendiculariter insistens plano quadrati *ae*, sitque solidum procedens per quadrata *ae*, *ni*, &c. sub basi *ae*, & altitudine *ab*, ac proinde homogeneum genito à fig. *abc* circa axem *ab* reuolutę, sit isoparallelum sub basi *abc*, & altitudine *ad*, procedens scilicet per plana æqualia *abc*, *dke*, sit *ax* ęqualis *ac*. item *an*, ęqualis *bn*, & *xu* ęqualis *xn*, erit isoparallelum prędictum ad parallelepipedum *af*, scilicet sub quadrato *ae*, & altitudine *ab*, vt *abc* ad rectangulum *al*; sunt enim isoparallela homogenea, igitur si sint eiusdem altitudinis, sunt vt bases, per posit. 1. igitur vt *ax* ad *ab*; prędictum, verò solidum homogeneum procedens per quadrata *ae*, *ni*, est ad parallelepipedum *af*, vt *an* ad *ab*, per prop. 4. igitur est ad isoparallelum prædictum vt *an* ad *ax*, igitur ad differentiam Fig. 12

rentiã vtriusq. vt *a n* ad *n x*, sublato autẽ ex parallelepipedo *a f*, solido procedente per quadrata *b f, i h*, scilicet sub applicatis trilineo K *f s*; & sublato ex residuo, præfato homogeneo, procedente per quadrata *a s, n i*, sub applicatis fig. residuum procedet per supplementa gnomonum parallela *i g, i f*; vt enim ex quadrato *n b*, sublato *i b*, & ex residuo, sublato *n i*, restat supplementum gnomonis *i g, i f*; ita fit in quolibet alio quadrato assumpto; cum autem *i g* sit æquale *i f*, idque quolibet alio quadrato assumpto, erit excessus, quo residuum parallelepipedi, sublato solido procedente per quadrata *b f, i b*, superat isoparallelum, sub basi *a b e*, & altitudine *a d*, æqualis excessui, quo prædictum isoparallelum superat prædictum homogeneum, procedens per quadrata *a s, n i*; igitur hoc ipsum homogeneum, est ad isoparallelum prædictum, vt *a n* ad *a x*; & huic addita vtriusque differentia, vt *a n* ad *a u*; denique ad solidum procedens per quadrata *b f, i b*, vt *a n* ad *u b*:

Cum verò solidum procedens per quadrata *b f, i b*, sit homogeneum genito à trilineo *k f s*, vel *b l e*, circa *l e* reuoluto; erit hoc genitum ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis, vt *b u* ad *b a*; igitur genitum à *b a e* circa *e l* reuoluta, erit ad eumdem cylindrum vt *a u*, ad *a b*; igitur vt composita ex radio *a x* & *x u*, scilicet excessu, quo radius *a x* superat *a n* dimidiam axis *a b*, est enim *x n* æqualis *x n*, ad *a b*.

Coroll. I.

Hæc facilè reduci possunt ad calculos, iuxta cyclometriam Archimedis; nam erit *a n* ad *a x*, vt 11. ad 14. ad *a u*, vt 11. ad 17. ad *u b*, vt 11. ad 5. hinc si cylindrus genitus ab *a l* circa *e l*, sit 22. erit genitum à trilineo *b e l* 5. à fig. verò *a b e* 17. & parallelepipedum *a f*, ad isoparallelum sub *a b e*, & *a d*, vt 22. ad 14.

Coroll. II.

Si inter *n g, n p* sit media proportionalis, itemque inter latera aliorum rectangulorum parallelorum *n m*, solidum procedens per quadrata sub prædictis medijs proportionalibus, æquale est isoparallelo sub *a b e*, & *a d*: si verò applicatis *b a* ordinatim prædictis medijs proportionalibus, voluatur fig. circa *a b*, genitum erit ad cylindrum eiusdem basis, & altitudinis, vt *a x* ad *a b*; id est vt 14. ad 22.

Prop. VIII.

Fig. 13 Si sit fig. sinuum *e a s*, & alia axe communi *e a b*, sitque solidum isoparallelum sub *s a b*, & altitudine *a i*, æquali *a c*, ac demum solidum secetur plano *b i s*, frustum inferius *r i q b* est ad totum solidũ vt radius *e s* ad axem *e a*; superius verò, vt differentia axis & radij ad axem; & ad aliud frustum, vt prædicta differentia ad radium: demonstratur. sit *i t* æqualis radio *s e*, sitque fig. sinuum *t o i*, & trilineum socium *o a i*; frustum superius *s a b i* procedit per segmẽta recta parallela *b a s, u d m*, &c. est autem *b a s* ad *n a m*, vt *a o* ad *d f*, per Coroll. 2. Prop. 5. idem de quolibet alio segmento assumpto demonstrabitur; igitur frustum *s a b i* est homogeneum trilineo *a o i*; igitur vt trilineum *a o i* ad rectangulum *a t*, ita frustum *s a b i* ad isoparallelum sub eadem basi *s a b* & altitudine *a i*; sed rectangulum *a t* est ad trilineum *a o i*, vt axis *a i* ad differentiam axis *a i*, vel *a e*, & radij *e s*; igitur præfatum isoparallellum est ad prædictum frustum in eadem ratione; igitur ad frustum *r i q b* vt axis ad radium; igitur frustum *r i q b* ad frustum *s a b i*, vt radius ad prædictam differentiam.

Coroll. I.

Hinc frustum *r i q b*, quatenus procedit per trapezia recta parallela plano *r i q* est homogeneum fig. sinuum *t o i*; nempe vt *t i* ad *r f*, ita *r i q* ad *z m n u*.

Coroll. II.

Hinc quodlibet trapezium rectum est ad totam figuram, vt applicata fig. æquè distans à basi fig. ac basis segmenti recti, trapezio cõmissi, distat à vertice fig. ad radium, v. g. sit segmentum rectum *o b r*; sit *l u* applicata, æquè distans ab *a e*, ac *o r* à vertice *b*, erit *a o r m* ad totam *a b c* vt *l u* ad *a e*, quia cum tota trapezium *a b c* sit ad *o b r*, vt *l m* ad *u m*, erit ad reliquum, scilicet *a o r e*, vt *l m* ad *l u*. Fig. 9

Coroll. III.

Hinc vt rectangulum *t a* diuiditur per curuam *b i s i*, ita isoparallelum prædictum per planum *b i e*; igitur iuxta rationem Archimed. frustum superius est ad inferius vt 4. ad 7. ad totum verò, vt 4. ad 11. inferius verò ad totum vt 7. ad 11. Fig. 13

Prop. IX.

Centrum grauitatis figurę sinuum integræ, seu duplicatæ, cum axe communi, ita diuidit axem, vt segmentũ versus verticem fig. sit ad totum axem, vt radius ad arcum quadrantis; sit fig. sinuum *e a e*, cum socia *e a b*; axis communis *a e*, ita diuisus in k, vt segmentum K *a* sit ad totum *e a*, vt radius ad arcum quadrãtis, erit k centrum grauitatis fig. *e a b*; quod sit in axe *a e*, constat, cum *a e* diuidat bifariam omnes applicatas *e b, b g*, &c. quod sit in K, demonstratur; demittatur K *x*, parallela *a i*, diuisæ bifariam in *f*, ductaque *f r*

 paralpatallela a e, ducantur i δ, f e; hæ ſunt parallela, in i δ eſt centrum grauitatis fruſti r i q b, quia tranſit per centra grauitatis omnium rectangulorum parallelorum e r; item in f e erit centrum grauitatis e a b i, quia tranſit per centra grauitatis omnium rectangulorum parallelorum H n; ſit in p v.g. centrũ fruſti e a b i, ſitque punctũ y, in quo f δ ſecat k x, ac ducatur p y θ; cũ triãgula f p y, δ θ y ſint proportionalia, erit vt p y, ad θ y. ita f y ad y δ, id eſt a k ad k e ſed p y eſt ad y θ, vt fruſtum r i q b ad fruſtum e a b i; ſunt enim diſtantiæ vt pondera permutando; igitur a k eſt ad K e, vt fruſtum inferius ad ſuperius; igitur ad a e, vt ad totum; igitur vt radius ad arcum quadrãtis. Hoc iam demonſtratum fuit in genere, de quolibet iſoparallelo à Torricello apud Cavalerium exercit. 5. prop. 17.

Coroll. I.

Hinc centrum grauitatis iſoparalleli erit y; quia K x per centra omnium planorum parallelorum b a e, r i q ducitur; igitur erit in k x; f δ ſimiliter tranſit per centra grauitatis omnium planorum parallelorum b q, igitur erit in f δ, igitur in y.

Coroll. II.

Hinc centrum grauitatis fig. ſinuum c a e eſt in recta k b, vt patet; item fig. e a b in recta k g; nempe centrum vtriuſq. æquè diſtat ab e b ſeu vertice a; cum tota e a b ſit homogenea ſingulis ſeorſim.

Fig. 14

Propoſit X.

* 1/4 Centrum grauitatis fig. ſinuum diſtat ab axe * Axis, & à baſi, ipſo exceſſu, quo axis ſuperat baſim; ſit linea ſinuum a m e, cum rectangulo e y; momenta vtriuſque fig. libratæ in e m, ſunt vt ſolida genita à figuris circa e m teuolutis, per poſit. 9. eſt autem genitũ à e y duplum geniti ab a e m, per prop. 4. ſed ratio ſolidorum genitorum à figuris eſt compoſita ex ratione figurarum, & ex ratione diſtantiarum centri vtriuſque ab axe communi, per poſit. 9. igitur momentum rectanguli e y eſt ad momentum fig. c m a, in compoſita ex ratione c m, ad c o, vel m d æqualem, quæ eſt ratio figurarum, & ex ratione e q, vel f t dimidiæ e x, hæc enim eſt diſtantia centri q ab axe c m, ad diſtantiam centri fig. c m a, ab eodem axe c m; id eſt momentum rectanguli, eſt ad momentum fig. vt rectangulum ſub c m, c t, ad rectangulum ſubduplum, ſub altero laterum æquali c o, & ſub alio, quod facilè inuenitur ducta o r, item c r, p u ſ; eſt enim c p æ- * 1/4
quale c q: eſt autem e u * m c; cum enim e p, e q ſint æqualia, vt c o * 1/4
ad c e; dimidiam c m, ita c t dimidia c o, ad c ſ dimidiã c e; igitur c ſ, vel e u eſt dimidia c e; igitur * c m; igitur c ſ eſt alterũ latus rectanguli quæſitum; igitur eſt diſtantia centri grauitatis fig. c m a ab axe m c;

c m; cum demum c d ſit exceſſus, quo axis c m ſuperat baſim c a, ducta d f parallela baſi, & aſſumpta d f æquali c ſ, centrum grauitatis fig. c m a eſt in f.

Coroll. I.

Hinc cum m e ſit ad d f vt 4. ad 1. id eſt vt rectangulum c y ad rectangulum ſub * c m. & ſub c a, id eſt, vt ſemicirculus ad ſemiqua- * 1/4
drantem, erit c a ad d f vt quadratũ radij ad ſemi quadrantẽ; igitur facta libratione & aſſumpto libræ brachio c x, cũ perpendiculo c m, ſemiquadrans æquipõderabit fig. c m a; ſunt enim momẽta æqualia ſcilicet, in compoſita ex ratione c x ad c γ, & ex ratione c γ ad c x.

Coroll. II.

Hinc habetur centrum trilinei m k a, ducta ſcilicet e g, æquali e q, * 1 1/2 * 2 5/8
& per g, f g b, ſit vt c d ad d m, ita f g ad g b erit b cen- * 2 7/8 * 2 3/16
trum quæſitum: res autem ad calculos facilè reducitur, ſit c m 11 erit c a 7. item c o, m d, igitur c d 4. d e * c n * n m, vel i K * l k *

Coroll. III.

Fig. 13.

Hinc vtriuſque fruſti iſoparallelli, de quo ſupra in propoſit. 8. centrum grauitatis inuenitur; cum enim fruſtum ſuperius e a b i ſit homogeneum trilineo o a i, per prop. 8. centrum fruſti æquè diſtat à baſe e a b, ac centrum trilinei à baſe a o; hæc autem diſtantia habetur per Coroll. 2. ſit a d, ducatur d p parallela a e, dico centrum fruſti eſſe in p; cum enim ſit in e ſ, item in d p, erit in p puncto communis ſectionis: pari modo habetur θ centrum alterius fruſti, tum ducta per y recta p θ, tum etiam eadem methodo; cum hoc fruſtum ſit homogeneum fig. ſinuum t i o. per Coroll. 1. Prop. 8.

Coroll. IV.

Hinc cognoſcitur quantitas lineæ d p; cũ enim a e ſit ad a ſ, vt d p * 2 5/8 * 5 1/4
ad d ſ, & cum a e ſit dupla a ſ, erit d p dupla d ſ. igitur poſito Axe a i 11. erit d ſ * & conſequenter d p erit *

Propoſ. XI.

Si voluatur fig. ſinuum circa baſim, genitum ab illa eſt ad cylin- Fig. 14.
drum eiuſdem baſis & altitudinis, vt rectangulum ſub baſe & exceſſu, quo axis ſuperat baſim, ad rectangulum ſub axe & dimidia axis. Sit enim fig. c m a, rectangulum c y; voluatur vtraque figura circa a x, ſolida genita ſunt in compoſita, ex ratione figurarum, quæ eſt c d c o ad c m, & ex ratione diſtantiarũ centri vtriuſq. ab a x, quæ eſt c o ad c e, per poſit. 9. & prop. 9. igitur genitum à c m a eſt ad genitũ à c y, vt rectangulũ ſub c o, c d, ad rectangulũ ſub c m, c e; igitur vt rectangulum ſub baſe & exceſſu, quo axis ſuperat baſim, ad rectangulum ſub axe & dimidia axis.

 Coroll.

Coroll. I.

Hinc habetur genitũ à trilineo *m a* k; sublato enim genito à *e m a* cognito, ex genito à *c y* cognito, residuum erit genitum à trilineo *m* k *a*, etiam cognitum; & vt res ad calculos redeucatur, genitũ à *c y* sit 121. erit genitum à *c m a* 56. igitur genitũ à trilineo *m* k *a* 65.

Coroll. II.

Vt autem inueniatur genitum à fig. *c m a* reuoluta circa *m* k; sit genito à fig. *c m a*, circa *c a* reuoluta solidum homogeneum, sub basi quadrato *c m*, & altitudine *c a*; vocetur *b*. sit parallelepipedum eiusdem basis & altitudinis; vocetur *c*, sit isoparallelum, sub basi figura *e m a*, & altitudine *c m*, vocetur *d*, erit *c* ad *d*, vt *m c* ad *m d*, addatur ipsi *d*, excessus, quo *d* superat *b*; erit *c* ad aggregatum ex *d* & prędicto excessu, vt genitum à *c y*, ad genitum à fig. *c m a*, circa *m* k reuoluta, sublato autem hoc genito ex illo, residuum erit genitum à trilineo *m* K *a*, circa *m* k reuoluto; hæc eodem modo demonstrantur, quo demonstrata est prop. 7. sed breuiùs; genitũ ab *m a* est ad genitum ab *m c a*, circa *m* k reuolutis, vt rectangulum sub *m c*, *m c*, ad rectangulum sub *m d*, *m d* id est vt 121 ad 98.

Proposit. XII.

Si sit quodlibet segmentum rectum fig. sinuum, eiusdem altitudinis, cum segmento verso eiusdem, erit ad totam figuram vt basis segmenti versi, ad basim totius fig. sit enim fig. sinum *a r b*. quadrãs
Fig. 15 *a b d*, segmentum rectum *i l r* segmentum versum eiusdem altitudinis *c n b*; dico, *i l r* esse ad *a r b*, vt *c b*; ad *a b*; cum enim *m n* & *a c* æquales sint, item *a c*, *u c*; erit *t f* æqualis *i l*; quia *i a* ęqualis *m r*; igitur *i r* æqualis arcui *d f*; igitur *t f* æqualis *i l*; igitur segmentũ *i r l* est ad totam fig. *a r b* vt *t d*, æqualis *u f*, vel *c b*, ad totam *a t* per prop. 5.

Coroll. I.

Hinc trapezium rectum *a i l b* est ad totam *a r b*, vt sinus rectus arcus ęqualis altitudini trapezij, scilicet *a i* ad sinum totum *a b*.

Coroll. II.

Hinc tota figura *a r b* est ad segmentum *m r n*, vt *a b* ad *f x*, ad segmentum verò *i l r*, vt *a b* ad *t d*; item ad trapezium *a m n b* vt *a b* ad *t f*; ad trapezium *a i l b*. vt *a b* ad *a t*.

Propositio XIII.

Solidum sub altitudinebasi fig. sinuum procedens per segmenta recta,

recta, sub altitudinibus ordinatim applicatis, axi parallelis, est homogeneum triangulo. sit *a b c* fig. sinuum, ad instar basis, sit item figura sinuum *a b d* sub angulo recto *b a d* & sub applicatis ordinatim parallelis *b a*, *o h*, sint segmenta recta, vt *o b g*, æquale *e a f*. dico, hoc solidum, sub basi *a b c*, altitudine *a d* procedens per præfata segmenta recta, quorum vertices ad rectam *a d* terminantur, esse homogeneum triangulo. v.g. *a f d*, est enim *a b c* ad *a e f*, vel *b o g*, vt *a d*, *b d* vel *a f* ad *b K*. per prop. 12. ideo ostendetur assumpto quolibet alio segmento recto; igitur totum solidum *a b c d* est homogeneum triangulo *a f d*. Fig. 16.

Coroll. I.

Hinc solidum prędictum *a b c d* est dimidium isoparalleli sub basi *a b c*, & altitudine *a d*; vt enim triangulum *a f d* est ad quadratum *a i*, ita solidum *a b c d* ad isoparallelum *a b c d*.

Coroll. II.

Hinc solidum quod procedit per rectangula parallela, sub sinu recto, & complementi, applicatis *a b*, in duabus figuris *a b c*, *a b d*, est ęquale priori solido; sit enim quælibet applicata *e o*, cui alia *e f* accedat ad angulum rectum *o e f*, *e o* est sinus rectus arcus æqualis *e b*; & *e f* sinus rectus arcus æqualis *e a*; igitur est sinus complementi primi arcus; igitur rectangulum *e f* est sub sinu recto & complementi; idem in quolibet alio rectangulo assumpto ostenditur: igitur solidũ illud, quod procedit per huiusmodi rectãgula, est æquale solido *a b c d*. igitur subduplũ isoparalleli sub basi *a b c*, & altitudine *a d*.

Propositio XIV.

Solidum sub basi quadrante genitore, & altitudine axe figuræ sinuum, procedens per sectores parallelos basi, qui sint in ratione altitudinum, est homogeneum triangulo; sit quadrans *a l c*, altitudo Fig. 17.
a f, ęqualis arcui quadrãtis *c l*, sitq. quilibet sector *g i d*, sub arcu *i d* æquali *g f*. cũ eius sinus rectus sit *g b*, dico præfatũ solidũ esse homogeneum triangulo *a f c*, quia sector *a c l* est ad sectorem *g i d*, vt arcus *c l*, ad arcum *d i*, id est vt *a f*, æqualis arcui *c l*, ad *g f*, æqualem arcui *d i*; id est vt *a c* ad *g o*: igitur solidum & triangulum procedunt per elementa proportionalia; igitur sunt homogenea.

Coroll. I.

Hinc prædictum solidum per sectores parallelos procedens est * cylindri sub basi, circulo, cuius radius sit *a c*, & sub altitudine *a f*. * 1/8

Coroll.

Coroll. II.

Hinc si accedat solidum eiusdem altitudinis *af*, procedens per triangula orthogonia, sub base, & altitudine, sinu recto & complementi, erit * solidi isoparalleli, cuius basis sit fig. sinuum, & altitudo eiusdem fig. basis, v.g. sit triangulum *fbd*, sub *gb*, sinu recto arcus *di*, vel *Kl*, æqualis *gf*, & sub *bd*, æquali *bK* sinui recto arcus *Kc*, æqualis *ga*; igitur *gbd* est sub sinu recto & sinu complemẽti; idem, quolibet alio assumpto, ostenditur; cum autem hoc solidũ per prædicta triangula procedens sit subduplum solidi procedentis per rectangula, sub ijsdem sinu recto & sinu complementi, sunt enim homogenea, & eiusdem altitudinis, & quodlibet rectangulum sui trianguli duplum; & cum solidum procedens per prædicta rectangula sit subduplum solidi isoparalleli, sub base, fig. sinuum & altitudine, eiusdem fig. base, per Coroll. 1. Prop. 13. erit præfatum solidum procedens per triangula * prędicti isoparalleli.

* $\frac{1}{4}$ * $\frac{1}{4}$

Coroll. III.

Hinc habetur totum solidum *acl*, aggregatum scilicet ex procedente per sectores, & ex procedente per triangula; nam procedens per triangula est * præfati isoparalleli, quod est æquale cubo, sub latere *ac*; hinc reduci possunt rationes ad calculos; sit 14. parallelepipedũ sub basi quadrato *ac*, & altitudine *af*, erit ad cubũ sub latere *ac*, vt 14. ad 8 * igitur ad procedens per triangula, vt 14. ad 2. * igitur ad quadrantẽ cylindri, sub basi quadrante *alc*, & altitudine *af*, vt 14. ad 11. igitur ad procedens per sectores vt 14. ad 5 * igitur ad aggregatum prædictum vt 14. ad 7 *

* $\frac{1}{4}$ * $\frac{5}{22}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{8}{11}$ * $\frac{1}{2}$

Coroll. IV.

Hinc si ex præfato aggregato auferatur solidum procedens per quadrata parallela *ai*, sub altitudine *ac*, quod adæquat * cubi, ac proinde 5 * residuum, quod procedit per rectangula parallela *ge*, erit 1 * quod si addatur solido *aec*, erit aggregatum 9 *

* $\frac{2}{3}$ * $\frac{31}{33}$ * $\frac{26}{33}$ * $\frac{17}{33}$

Coroll. V.

Hinc si sit parallelepipedum sub altitudine *ac*, & basi quadrato *af*, erit ad prædictum parallelepipedum, de quo 3. Coroll. vt 22. ad 14. cum parallelepipedum sub quadrato *af* & altitudine *ac*, sit ad solidum, quod procedit per quadrata sub *af*, *bb*, id est sub arcubus, eiusdemque altitudinis, vt 121. ad 56. per Prop. 11. Coroll. 1, id est vt 22. ad 10 * fiex 10 * auferatur aggregatum 9 * de quo Coroll. 4. residuum erit * id est solidum sub altitudine *ac* procedens per quadrata sub differentijs Sinuum & arcuum, quod est ad solidum procedens per quadrata sub sinubus, vt 11. ad 98. Co-

* $\frac{28}{11}$ * $\frac{2}{11}$ * $\frac{17}{33}$ * $\frac{22}{33}$

Coroll. VI.

Solidum *aec* procedit per rectangula parallela *ae*, sub arcubus & sinubus rectis; sic *ae* est sub *al* sinu toto & *af* æquali arcui quadrantis; item *bd* sub *bb*, æquali arcui *kc*, & *b K* sinu recto arcus *c K*, idem ostenditur, quolibet alio assumpto.

Corol. VII.

Hinc si sit solidum altitudinis *ac* procedens per rectangula sub arcubus, & sub compositis ex arcubus & sinubus, ex quo detrahatur solidum eiusdem altitudinis, procedens per quadrata sub arcubus, & quod statuimus, Coroll. 5. esse ad parallelepipedum eiusdem basis & altitudinis *ac*, vt 10 * ad 22. haud dubiè solidum residuum eiusdem altitudinis *ac*, procedit per rectangula sub arcubus & sinubus; igitur æquale est solido *aec*; igitur cũ *aec* sit 7 * erit solidũ prædictum procedens per rectangula sub arcubus & compositis ex arcubus & sinubus 17 * cui si addatur solidum procedens per quadrata sinuum, item procedens per rectangula sub arcubus & sinubus erit aggregatum 31 * & hoc est solidum altitudinis *ac*, procedens per quadrata sub compositis ex arcubus & sinubus. habetur etiam parallelepipedum sub altitudine *ac*, & basi quadrato sub composita ex arcu quadrantis & radio; est enim ad parallelepipedum eiusdem altitudinis, sub basi quadrato *af* vt 324. ad 121. vel 58 * ad 22.

* $\frac{2}{11}$ * $\frac{8}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{19}{33}$ * $\frac{110}{231}$

Propositio XV.

Si figuræ sinuum duplicatæ, vel integræ, accedant duo trilinea, commissis basibus, tota fig. est homogenea solido genido à fig. sinuum circa axem reuoluta; sit enim *erm* integra, vel duplicata figura sinuum, cui accedant duo trilinea *edr*, *adr*, commissis basibus in *ar*; dico fig. *earm* esse homogeneam genito à fig. sinuum v. g. *eam*, circa *ea* reuoluta, nempe vt *em* ad *dt*, ita *dt* ad *dr*; acceptisq. *df*, *dc* æqualibus, vt *em* ad *eq*, sinum rectum arcus, æqualis *ca*, ita *eq* ad *cx*, sinum versum dupli anguli, in quadrante, cuius arcus sit æqualis *ad*, dimidiæ *ae*, & vt *em* ad *fo*, sinum rectum arcus æqualis *fa*, ita *fo* ad *fz*, cuius & *fy* differentia est *zy*, æqualis *cx*, per Posit. 6. sed vt *em* ad *dr*, ita genitum ab *em* ad genitum à *dt*. & vt *em* ad *fz*, ita genitum ab *em* ad genitum ab *fo*, & vt *em* ad *cx*, ita genitum ab *em* ad genitum à *cq*; sunt enim genita vt quadrata; igitur fig. *earm* est homogenea genito ab *eam* circa *ea* reuoluta. Fig. 18

Coroll. I.

Hinc *earm* est subdupla rectanguli *ef*, quia prædicto genito est homo-

homogenea: immo cum trilineum *a d r* sit æquale trilineo *e d r*, erit rectangulum *e K* æquale fig. *e a r m* & cum hæc sit homogenea prædicto genito inde quoque sequitur, prædictum genitum esse subduplum cylindri eiusdem basis & altitudinis.

Coroll. II.

Hinc centrum grauitatis figuræ *e a r m* habetur; cum enim habeatur centrum *e r m*, puta γ & trilinei *a e r*, puta δ ducta $\gamma\delta$, & ita diuisa in *b*, vt *b* γ sit ad *b* δ, vt trilineum *e r a* ad *e r m*, id est iuxta rationem Archimedis, vt 7. ad 4. erit *b* centrum grauitatis quæsitum, vt constat ex dictis.

Coroll. III.

* $\frac{2}{7}$ * $\frac{2}{7}$ * $\frac{4}{7}$ * $\frac{3}{7}$ * $\frac{2}{7}$

Hinc adhibitis calculis, ductisque $\gamma\pi$, *h* θ; *e* π est ad *e d*, vt 4. ad 11. & ad *e a*, vt 4. ad 22. & $\pi\theta$ ad θ *d*, vt 4. ad 7. igitur *d* π sit 11. $\theta\pi$ erit 4. *e* π 6* *e d* 17 * *e a* 34 igitur *e* θ ad θ *a*, vt 10 * ad 24*

Coroll. IV.

Centrum grauitatis geniti à fig. sinuum *e a t m* circa *a e* reuoluta est θ; est enim prædictum genitum homogeneum fig. *e a r m*, igitur centrum vtriusque æque distat à basi.

Prop. XVI.

Si voluatur circa axem fig. plana, homogenea genito à figura sinuum, circa axem reuoluta, habetur ratio geniti ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis; sit enim *e a r m* homogenea genito à figura sinuum, de qua supra; voluatur circa *e a*, genitum ab ea est ad genitum ab *e f*, in ratione composita ex ratione figuræ *e a r m* ad *e f*, id est* & ex ratione *i b* ad *d r*, suppono enim in *b* esse centrum grauitatis fig. *e a r m*; sunt enim solida prædicta vt momenta vtriusque fig. Vibratæ in *e a* Per Posit. 9. & momenta sunt in prædicta ratione composita, vt iam sæpe inculcatum est. Fig. 19. * $\frac{1}{2}$

Coroll. I.

Hinc inuentum genitum ab *e r m*, quia iam habetur genitum à trilineo *e d r*, per prop. 7. igitur huic æquale genitum à trilineo *a d r*; vtroque sublato à genito ab *e a r m* cognito, residuum erit genitum ab *e r m*: hoc etiam aliter demonstratur, nam genitum ab *e r m* est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis vt isoparallelum, sub basi *e r m*, & altitudine *e m*, ad parallelepipedum sub basi *e p*, & altitudine *e m*, per Posit. 7.

Hinc etiam habetur genitum ab *m p r*, sublatis scilicet genitis ab *e r m* & ab *e d r* cognitis, ex genito ab *e p* cognito.

Prop. XVII.

Habetur centrum grauitatis geniti à trilineo fig. sinuum annexo. circa proprium axem reuoluto, sit trilineum *c b l*, circa *c l* reuolutū ab eo geniti centrum grauitatis habetur, ex centris aliorum solidorum cognitis, quorum axis communis est; nempe habetur centrū parallelepipedi sub basi *a e*. & altitudine *a b* æquali *q y*, item solidi procedentis per quadrata *a e*, *n i*, sub sinubus, homogenei genito ab *a b c*, circa *a b* reuoluta, sit *t*; item isoparalleli sub basi *a b c*, & altitudine *a d*, procedentis per rectangula *a e*. *n m*: est enim homogeneum fig. *a b c*, sit *x*; & vt differentia vtriusque ad solidum procedens per quadrata *a b*, *n i*, ita *t x* ad *x z*, erit *z* centrum prædictæ differentiæ, scilicet solidi procedentis per rectang. parallela *g i*, est etiam in *z* centrum alterius solidi æqualis procedentis per rectang. parallela *i f*; habetur etiam centrum solidi isoparalleli sub basi trilineo *c l b*, & altitudine *e e*; sit enim *q y* diuisa bifariam in θ, & vt isoparallelum prędictum sub basi *c l b*, ad isoparallelum de quo supra, sub basi *a b e*, ita *x* θ ad $\theta\delta$, erit δ centrum isoparalleli sub basi *c l b*, sit denique vt solidum procedens per quadrata parallela *b f*. *i b* cognitum, ad solidum procedens per rectangula parallela *i f*, de quo supra, etiam cognitum, cuius centrum est *z*, ita *z* δ ad $\delta\gamma$, erit in γ centrum solidi procedentis per quadrata parallela *b f*, *i b*. Fig. 12

Sed hoc est homogeneū genito à trilineo *e f k* circa *e f* reuoluto, igitur si *q y* sit axis prædicti geniti, centrum grauitatis illius erit in γ. denique si vt $\gamma\theta$ ad $\theta\pi$, ita genitum à *c a b* circa *c l* reuoluta, ad genitum à trilineo *c l b* erit π centrum grauitatis geniti à *c a b*. pari modo habetur centrum grauitatis geniti à trilineo *c l b*, circa *a b* reuoluto, si vt hoc genitum est ad genitum ab *a b c* circa *a b* reuoluta, ita *t* θ ad $\theta\beta$, erit β centrum quæsitum.

Prop. XVIII.

Geniti à fig. homogenea genito à fig. sinuum circa axem reuolutis, centrum grauitatis habetur; sit enim prædicta fig. homogenea *e a r m*, circa *e a* reuoluta: habetur centrum geniti ab vtroque trilineo *e d r*, *a d r*, quod est in *d*; item geniti ab *e r m* homogenei scilicet solido isoparallelo sub basi *e r m*, & altitudine *e m* per posit. 7, quod est in *z*, posito quod centrum cognitum fig. *e r m* sit in *x*; ita porro *e d* diuidatur in *i*, vt *z i* sit ad *i d* vt genitum ab vtroque trilineo *e d r*, *a d r* est ad genitum ab *e r m*, erit *i* centrum geniti à fig. *e a r m*. Fig. 19

Propos. XIX.

Si prædictafig. homogenea genito à fig. finuum, vt supra dictum est, voluatur circa basim, habetur ratio solidi geniti ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis; sint eadem vt supra, & voluatur figura *e a r m* circa *e m*; sit centrum fig. *b*, solidum genitum est ad cylindrũ *e a r m* circa *e m*, in ratione *e d* ad *e a*, & ex ratione *l b* ad *e d*, id est vt in composita ex ratione *e d* ad *e a*, & ex ratione *l b* ad *e d*, id est vt *l b* ad rectangulum sub *e d*, *l b*, ad rectangulum sub *e a*, *e d*, id est vt *l b* ad *e a*; sunt enim solida genita in composita figurarum & distantiarum centrorum à communi axe, circa quem fit reuolutio, per posit 9.

Coroll. I.

Hinc habentur etiam alia genita, scilicet ab *e d r m*; quia habetur genitum ab *e r m*, per prop. 11. item genitum à trilineo *e d r*, per Coroll. 1 Prop 11. igitur aggregatum ex vtroq. igitur genitum ab *e d r m*: item habetur genitum à trilineo *a d r*, sublato enim genito ab *a d r m*, ex genito ab *e a r m*, residuum erit genitum ab *a d r*; item habetur genitum ab *f m r a*; nam sublato genito ab *e a r m*, ex cylindro genito ab *e f*, residuum dabit genitum ab *f m r a*; ex quo si auferatur genitum à trilineo *m p r* cognitum, residuum dabit genitum ab *f p r a*.

Coroll. II.

Habetur etiam genitũ ab *e a r m* circa *m f* reuoluta; sublato enim genito ab *f m r a* coguito, ex cylindro genito ab *m a*, residuum dabit genitum ab *e a r m*.

Prop. XX.

Habetur centrum grauitatis geniti ab *e a r m* circa *e m* reuoluta: habetur enim centrum geniti ab *e r m*, quod est *n*: item geniti ab vtroque trilineo *e d r*, *a d r*, homogenei solido isoparallelo sub basi *e a r* & altitudine *e a*; cum autem centrum trilinei *e a r* cognoscatur per Coroll. 2. Prop. 10. sit in *q*; ducta *q u*, centrum geniti ab *e a r* est in *u*; ita Demum diuidatur *u n* in *o*, vt *o u* sit ad *o n*, vt genitum ab *e r m* est ad genitum ab *e a r*, erit *o* centrum grauitatis geniti ab *e a r m*. res facilè ad calculos reduci potest.

Prop. XXI.

Fig.20 Inuenitur ratio geniti à quolibet segmento figuræ sinuum: sit fig. sinuum *d a f*, segmentum quodlibet *a q t*, sit fig. *d a f l* homogenea genito à fig. sinuum, de qua supra: erit genitum ab *a q t* ad genitum à *d a f*, vt trilineum *t a x*, ad totam *d a f l*. sit *d c* æqualis *a t*, sit etiã fig. sinuum *d f u*, scitur ratio *d f u* ad *d a f*, quæ est * scitur etiam ratio *d a f* ad *a l*, quæ est* igitur ex his habetur ratio *d a f* ad *d a f l*, quæ est dimidia *a l*. igitur scitur ratio *d a f l* ad trilineum *d c p*: igitur & geniti à *d a f* circa *d a* reuoluta, ad genitũ à segmento *t a q*.

a 1/4

* 7/11

Aliter

Aliter; scitur ratio rectanguli *d K* ad *d g* æquale fig. *d a f l*; item ad trapezium *d p i l*, quo sublato ex *d K*, residua sunt trilinea *d c p*, *l K i*; igitur habetur ratio rectanguli *d g* ad trilineum *d c p*.

Coroll. I.

Hinc traducto segmento *t a q* in *d c z*, constructaq. fig. sinuũ *c m K*, producto axe *f m*, ac tandem diuisa *u n* bifariam, ducta *r y* parallela *l f*; si duo trilinea *l K i*, *d c e* librentur in *y r*, erit æquipondium; vt enim *i K* ad *d e*, ita quælibet parallela *i K*, ad quamlibet parallelam *d e*, æquidistantem ab *r y*: sed vt *d c e* ad *l K i*, ita genitũ à *t a q*. vel *d e z*, ad genitum ab *f y* ♂; nempe vt genitum à *d z* est æquale genito à parallela ♂ *y*, ita genitum à qualibet parallela *d z*, est æquale genito à parallela *γ* ♂, æquidistante ab *y r*: igitur genitorum à *d c z*, & *f γ* ♂ librato rum in *y r* momenta sunt æqualia: item genitum à *c* ♂ *f z*, nempe vt *p i* est æqualis *e b*, & quælibet alia parallela *p i* æqualis alteri parallelæ æquidistãte ab *o r*, ita genitũ à *c* ♂, æquale genito ab *f z*; & quodlibet aliud genitũ à parallela *c* ♂, æquale genito ab alia æquidistante ab *y r*.

Coroll. II.

Hinc habetur distantia centri grauitatis segmenti *t a q* ab axe *t a*; cũ enim habeatur ratio geniti à *t a q* ad genitũ à rectangulo sub *t a*, *t q*; item ratio segmenti *t a q* ad prædictũ rectang. cum genita sint in composita ex rationibus figurarũ & distantiarum centri vtriusq. ab axe communi *t a*; cum demum habeatur distantia centri rectanguli prædicti, quæ est dimidia *t q*, inde habetur alia distãtia, centri scilicet *t a q* ab eadem *t a*: quod vt clariùs appareat; sit ratio genitorum *a b*, *a d*, sit ratio figurarum *a b*, *a c*; sit *b e* distantia cognita, scilicet cẽtri rectanguli ab axe communi; sint rectangula *a e*, *a g*, *a b*; ducantur *K e*, *f i l*: erit *f g* distantia quæsita, suntque rectangula *a e*, *l g*, vt *a b*, *a d*, & in composita ex rationibus *a b* ad *a c*, & *b e* ab *f g*. Fig.21

Coroll. III.

Hinc habetur distantia centri grauitatis trapezij *d a q z* ab axe *a d*; quia scitur distantia centri rectang. *d q*; itẽ segmenti *t a q*. igitur itẽ habetur distantia centri grauitatis trapezij aggregati ex vtroq; cũ habeantur distantiæ totius *d a f*, & partis *t a q*, *d t q f*, ab axe *d a*, cũ habeantur distantiæ totius *d a f*, & partis *t a q*, habetur etiã alterius partis. Fig.20

Coroll. IV.

Hinc habetur distantia centri grauitatis segmenti versi *z q f*, ab eadem *d t*; cum scilicet habeantur distantiæ totius *d t q f*, & alterius partis scilicet rectang. *d q*, habetur etiã distantia cẽtri alterius partis, scilicet segmẽti *z q f*: igitur & distãtia centri eiusdem *z q f* ab axe *z q*; igitur habetur genitũ à segmento *z q f*, circa *z q* reuoluto; est enim

enim

enim ad cylindrũ eiusdem basis & altitudinis, in cõposita ex ratione *z q f*, ad *z t*, & ex ratione distantiæ centri *z q f* ab ipsa *z q*, ad dimidiam *z d*.

Coroll. V.

Hinc descripto quadrante *d f t*, cũ habeatur perpendiculũ cadens in *z f*, à centro grauitatis segmenti *z q f*, item perpendiculum cadens in *z f* à centro grauitatis *z β f*, habebitur etiam perpendiculum cadens in eamdem *a f*, à reliqua figura *f q t*.

Propositio XXII.

Fig. 22. Figura homogenea genito à fig. sinuum circa axem reuoluta, est æqualis circulo, cuius diameter sit basis fig. sit prædicta fig homogenea *a f i b*, sit semicirculus *a K b*; cũ hic sit æqualis rectang. *a t*, ac proinde circulus integer æqualis rectang. *a l*, cui *a f i b* æqualis est, erit hęc æqualis circulo.

Coroll. I.

Ductis quotlibet parallelis *a f*, vt *e t*, *f u*, *x' z'*: vt *a f* est æqualis arcui *a k b*, ita *e r* arcui *o n b*; *x m* arcui *n b*; de *x m* patet ex constructione lineæ sinuum *i m b*; cum enim *f x* sit sinus arcus K *n*, æqualis scilicet *m z*, erit *x m* æqualis *n b*, nempe supponitur *f i* æqualis arcui K *b*; cum autem *r t* sit æqualis arcui *o a*, erit *e r* æqualis arcui *o* K *b*; idem qualibet alia assumpta ostenditur.

Coroll. II.

Hinc sublato semicirculo *a* K *b*, reliquum fig. est æquale semicirculo; & fig. sinuum *a f z b*, est æqualis quadrato sub *a b*; foliũ deniq. *b i f z b* æquale differentiæ prædicti quadrati & circuli sub diametro *a b*.

Coroll. III.

Si ex centro grauitatis fig. *a f i b* cadat perpendicularis in *a b*, puta in *d*, erit *a d* ad *d b*, vt 3. ad 5. nempe ex centro *a i b* cadit in *f*, itẽ ex centro trilinei *a p i* cadat in *b*, sit *f a* 7. erit *a b* 2. * ita diuidatur *b f* in *d*, vt *b d* sit ad *d f*, vt *a p i* ad *a i f* id est vt 4. ad 7. vel vt 16. ad 28. erit *d f* 1 * igitur *d a* 5. * *d b* * igitur *a d* ad *d b*, vt 5. * ad 8 * vel vt 21. ad 35 id est vt 3. ad 5. hinc in 8 partes æquales diuidatur, *a d* erit trium, *d b* quinque huiusmodi partium.

* 3/16
* 3/4
* 1/4
* 1/4
* 3/4
* 3/8

Coroll. IV.

Si ex centro fig. sinuum *f i b* cadat perpendiculum in *g* erit *f g** totius *f i*, & vt *f b* ad *f g*, ita quadratum sub *f b*, ad semiquadrantem circuli sub radio *f b*: igitur suspensa ex *f* fig. *f i b*, perpendiculo *i f*, brachio libræ *a f*. semiquadrãs in *a* faciet æquipondium, vel æquale momentum; cum enim momenta sint in composita quantitatum & distan-

* 1/4

distantiarum, momentum in *g* est ad momentũ in *a*, vt rectangulum sub *f b*, *f g*, ad rectangulum sub *f g*, *f b*; nempe in *g* est quantitas *f b*, distantia *g f*, in *a* verò, quantitas *f g*, distantia *f a*, vel *f b*, igitur vtrimque momenta æqualia.

Coroll. V.

Si sit *b δ* æqualis *a f*; item *f y* æqualis *f t*, fiatque linea sinuum *y β δ*, erit figura *i b δ y f* æqualis & homogenea rectangulo *l y*; vt enim *b δ* est æqualis *l θ*, ita *β m* æqualis *π z*; idem qualibet alia assumpta ostenditur; igitur prædicta fig. est homogenea rectangulo *l y*: igitur eidẽ æqualis, cum sit æqualis altitudinis *b f*, & æqualis basis *b θ*; igitur prædicta fig. est æqualis circulo sub radio *f b*, igitur & fig. *a f i b*.

Coroll. VI.

Si prædicta fig. appẽdatur ex *f*, perpendiculo *i f*, brachio libræ *a f* semicirculus *a* K *b* in *a* faciet æquipondium; nam diuisa *b f* bifariam in *x*, ducta *z x g* it per centrum figuræ igitur momentum in *x* est æquale momento in *a*, cum ratio ponderum sit * & distantiarum * igitur composita * igitur momenta æqualia; idem fiet si appendatur perpendiculo *l b* brachio libræ *b γ*, æquali *b f*

* 1/2
* 2/1
* 1/2

Corroll. VII.

Sit idem perpendiculum *l b*, & brachium libræ *b γ*, pro fig. sinuũ *f i b* appensa quadratum sub *b f* minus * circuli, facit æquipondiũ, vt patet; pro reliqua verò fig. *f y δ b* faciunt æquipondiũ * eiusdem circuli, minus quadrato sub *b f*

* 1/8
* 5/8

Coroll. VIII.

Si vero sit perpẽdiculum *a p*, brachium libræ *a e*, æqualis *a f*, pro fig. *a f i f* appensa, æquipondium facient * eiusdẽ circuli, minùs quadrato sub *a f*, quia æqualis est fig. *b δ y f* iam appensæ perpendiculo *l b*, eiusdemque positionis; pro fig. autem sinuum *f i b* appensa perpendiculo *a p* æquipondium faciet * eiusdem circuli, plus quadrato sub *a f*; igitur ratione totius fig. *a f i b* appensæ æquipondiũ facient * prædicti circuli, quia si addantur * minùs quadrato * plus quadrato, erit sũma * igitur vt 8. ad 6. seu 4 ad 3. ita *e a* ad *a d*, cadit enim à centro fig. *a f i b* perpendicularis in *d*; sed *a f* est æqualis *a e*; igitur *a d* est ad *d b* vt 3. ad 5. vt iam supra ostensum est.

* 5/8
* 1/8
* 6/8
* 5/8
* 1/8
* 6/8

Coroll. IX.

Si supponatur circulus integer, eodẽ centro *a*, cũ distantia *a f*, *e f* sint æquales, ad æquipondiũ, tantũdem accedat oportet momento *e*. igitur * circuli; igitur momentum *e* cõponunt * circuli, oppositũ vero momentũ æquale cõponunt * circuli; igitur distantiæ sunt in eadẽ ratione, permutando, igitur vt 12. ad 10. vel 6. ad 5. ita *e a*, ad aliam

* 6/8
* 10
* 8/12
* 8

y g.

v'g. *a o*, in *o* cadet perpendicularis à centro fig. cũ autẽ *a f* sit æqualis *a e*, sit *a b* 12. erit *a o* 5, & *o b* 7.

Coroll. X.

Hinc si fig. *a f i b* voluatur circa *a f*, genitum est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis vt 3. ad 8. est enim in composita ex ratione fig. *a f i b* ad rectangulum sub *a f*, *a b*, quæ est* & ex ratione *ad* ad *a f*, quæ est* igitur composita est.*

* $\frac{1}{2}$ * $\frac{3}{4}$ * $\frac{3}{8}$

Coroll. XI.

Si supponatur circulus integer centro *a*, & voluatur fig. vt supra, ratio geniti ad cylindrum habetur, scilicet composita ex ratione fig. *a f i b*, plus semicirculo, ad rectangulum sub *a h* & *a f*, plus *a f*, & ex ratione *a o* ad *a f*.

Coroll. XII.

Si ex fig. *a f i b* detrahatur semicirculus, vt maneat æquipondiũ, reliquis vt supra stantibus, debet detrahi semicirculus id est * momento *e*; igitur remanent * pro eodẽ momento *e* ad æquipondium, igitur cum ratio ponderum sit * ratio distantiarum erit* igitur si sit *a c* subdupla *a e*, vel *a f*, in *c* cadet perpendicularis à centro grauitatis fig. *a f i b*, detracto semicirculo *a K b*.

* $\frac{4}{1}$ * $\frac{2}{8}$ * $\frac{1}{2}$ * $\frac{2}{1}$

Coroll. XIII

Si voluatur fig. *a f i b* detracto semicirculo *a K b*, genitum est ad cylindrum vt 1 ad 8. scilicet in cõposita ex ratione fig. ad rectangulum sub *a f*, a *b*, quæ est* & ex ratione *a c* ad *a e*, quæ est * igitur cõposita est* hinc genitum à tota *a f ib* est triplum prædicti geniti, & genitum à semicirculo *a K b* duplum. Hinc assumpto circulo integro, genitum à fig. est ad cylindrum sub eadem basi & altitudine *a f* vt 5 ad 8. nempe genitum à semicirculo est ad prędictũ cylindrũ vt 2 ad 8. igitur genitum à circulo vt 4 ad 8. genitũ à residuo vt 1. ad 8. igitur genitum à toto vt 5. ad 8.

* $\frac{1}{4}$ * $\frac{1}{2}$ * $\frac{1}{2}$

Coroll. XIV.

Habetur centrum fig, *a f i b*, ducatur enim à centro fig. *a i b* cognito recta ad centrum trilinei *a i f* cognitũ, eritq. centrũ totius fig. illud in quo recta prædicta secat perpẽdicularẽ cadentẽ in *d*. puta *o*.

Coroll. XV.

Hinc habetur genitum à fig. *a f i b* circa *a b* reuoluta: est enim ad cylindrum eiusdem altitudinis & basis vt rectangulum sub *a f*. *d o* ad rectangulum sub *a b*, *a p*. scilicet in composita ex ratione fig. ad rectangulum, & distantiæ *d o* ad distantiam *a p*.

Ita-

Itaque, vt breui summa complectar, sit *b e f c* similis priori; item *b e f a*. accedant *b g b c*, *b g i a*; sint duo semicirculi sub *a b*, *b c* diametris; item fig. sinuum *b f c*, *b f a*; sit *f δ* æqualis *m l*, ac cæteræ similiter reliquis sinubus, cum linea *a δ e* terminante; deniq. sit figura sinuum *a i b*, semicirculus *b x a*, parallelæ *o r*, *z u*, &c. his positis, si circa *e g* voluatur *b e f c*, genitum est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis vt 3. ad 8. Si subtracto semicirculo reliquum figuræ voluatur, genitum est ad cylindrum vt 1. ad 8. Si voluatur figura semicordis *b g i a l* genitum est ad prædictum cylindrum vt 5. ad 8. pari modo habetur genitum à *b f c*, quod est ad cylindrum eiusdẽ altitudinis vt quadratum radij ad semicirculũ, itẽ genitũ à trilineo *b f c*,

Coroll. XVI.

Si voluatur fig. *b e f a* circa tangentem in *a*, genitum est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis vt 5. ad 8. scilicet in composita figurarum * & distantiarum à centro * Si voluatur tota *a e c*, erit genitum dimidium cylindri, sub eadem base & altitudine; est enim ratio distantiarum æqualitatis; igitur genita sunt vt fig. si subtracto semicirculo voluatur residuum fig. *b e f a*, erit genitum ad cylindrũ vt 3. ad 8. composita scilicet ex ratione figurarum * & distantiarum * si subtracto vtroque semicirculo, voluatur residuum totius figuræ *a e c*, quod est ad instar lilij, erit genitum ad cylindrum vt 1. ad 4. quæ est ratio figurarum; sunt enim distantiæ æquales; si voluatur fig. semicordis erit ad cylindrum sub altitudine *b g* & basi genita ab *a b*, vt 7. ad 8. si demum totum cor, erit genitum ad cylindrum sub altitudine *b g* & basi genita ab *a c* vt 6. ad 8. nempe genitum à fig. *a e c* est ad prædictum cylindrum, vt 4. ad 8. genitum à lilio vt 2, ad 8 igitur genitum ab vtroq semicirculo vt 2. ad 8. igitur genitum à corde, id est à fig. simul & duplici semicirculo, est vt 6, ad 8. Hinc genitum à semicorde circa *b g* reuoluto, est æquale genito à *b e f a* circa tangentẽ *a*; item genitũ à fig, *b e f a* circa *b e*, æquale genito à residuo eiusdẽ fig. cui sublatus est semicirculus, circa tangentem *a*.

* $\frac{1}{2}$ * $\frac{5}{4}$ * $\frac{1}{4}$ * $\frac{3}{2}$

Coroll. XVIII.

Si fiat reuolutio circa *ac*, cum habeatur ratio fig. & distantiarum à centro. habetur ratio genitorum, quæ est composita ex vtraq. habetur autem centrum tum fig. *a e c*, tum lilij, vt patet: item facta reuolutione circa tangentem, habetur genitum à fig. *b e f a*; sublato enim ex cylindro, genito ab eadem, circa *b a* reuoluta, residuũ dabit genitum ab eadem fig. circa tangentem *e*. item habetur genitum à residuo fig. *b e f a*. subtracto semicirculo; nempe habetur genitum à semicirculo *a l b*, circa tangentem *e* reuoluto, est enim dimidiũ cylindri sub altitudine *b a*, & basi genita ab *e b*, minùs sphæra sub diame-

tro

tro *a b*;ſublato ver ° genito à ſemicirculo,habetur genitũ à reſiduo;
igitur genitum à lilio; igitur & genitum à trilineo *b ſ e*, itẽ genitũ à
fig. *e ſ a i g*,quod eſt dimidiũ cylindri;cũ enim diſtantiæ ſint æquales,
genita ſunt vt fig.

Coroll. XVIII.

Si voluatur circa tangentem *g*, fig. ſemicordis, habetur genitum
ab illa; nempe habetur genitum à ſemicirculo *a l b*; & vt parallele-
pipedum ſub quadrato *g b*, & altitudine *b a*, ad cylindrum ſub alti-
tudine *g b*, & baſi circulo *a x b l*, plus ſolido homogeneo hemiſphæ-
rio,procedente per quadrata ſinuũ, ſub altitudine *a b*, ita genitũ à
rectang. *g a*, circa *g* reuoluto,ad genitũ à ſemicirculo *a l b*; ſublato
igitur genito à *b e ſ a*,circa *b a* reuoluta, ex genito à rectangulo *g a*,
circa *g* reuoluto, reſiduum,cum genito à ſemicirculo,dabit genitum
à ſemicorde circa *g*. hinc habẽtur genita ab integro circulo *a x b l*,
ab integra cordis fig. à lilio, à gemino lilio, ſublato vtrimq. circulo;
cũcta hæc ad calculos reduci poſſunt,ſuppoſita ratione archimedea.

Coroll. XIX.

Centrum grauitatis geniti à *b e ſ a* circa *b e* reuoluta facilè inue-
nitur; nempe centrum geniti à trilineo *b ſ e* eſt in *d* geniti verò à
b ſ a æquè diſtat ab *a c*, ac centrum fig. *b ſ a* igitur habentur in *c b*
cẽtra genitorũ à *b ſ a*, & *b ſ e*; igitur habetur centrũ geniti ab vtroq.
ſcilicet quæſitum. Habetur etiam centrum geniti à *b x a*; igitur cõ-
mune geniti à *b x a ſ*; igitur geniti *b e ſ a x*, item geniti à reſiduo
b e ſ a, cui ſublatus eſt *b l a*; igitur & centrum geniti à fig. cordis.

Coroll. XX.

Fig. contenta curua *a ꝺ e* & curua *a ſ e*, eſt homogenea ſemicirculo
a l b, & eidem ęqualis, vt patet; item ęqualia genita à *b e ſ a x* &
b e ꝺ a; item reſiduum fig. *b e ꝺ a*, ſublato ſemicirculo *b l a*, æquale
eſt fig. *b e ſ a*; item genita ab vtraquè ęqualia, item habetur genitũ
ab *m ſ a*, circa *m a*, quod eſt homogeneũ ſolido procedenti per qua-
drata arcuum cognito; item genitum ab *m ꝺ a*, circa *m a*, quod eſt
homogeneum ſolido procedenti per quadrata compoſitarũ ex ar-
cubus & ſinubus, etiam cognito, per Coroll. 7. Prop. 14. ſolidum verò
procedens per quadrata compoſitarum ex arcubus & ſinubus, *i l*,
t u, eſt æquale procedenti per quadrata *m ꝺ*, & parallelarum termi-
natarum ad curuam *a ꝺ e*; item æquale procedenti per quadrata *i l*,
g r, &c. deniq. ſi parallelepipedo ſub quadrato *g b*, & altitudine *b m*
auferatur bis iſoparallelum ſub baſi trilineo *l ſ b*, minùs ſolido pro-
cedente per quadrata ſub *l ſ*, & alijs differentijs arcuum & ſinuum,
ſub altitudine *b g*, cognito per Coroll. 5. Prop. 14. reſiduum dabit
ſolidum ſub altitudine *b m*, procedens per quadrata *g b*, *o r*, *i l*,
æquale

æquale procedenti per quadrata *b e*, *m ꝺ*, ſub eadẽ altitudine; hinc
habetur totũ ſolidũ ſub altitudine *a b*, procedens per quadrata *b e*,
m ꝺ &c. hoc autem eſt ad parallelepipedũ ſub altitudine *a b* & baſi
quadrato *b e*, vt genitum à fig. *b e ꝺ a*, circa *b a* reuoluta, ad cylin-
drũ eiuſdem altitudinis, & baſis; hæc toties demonſtrata ſunt, vt re-
petere pudeat

Proposit. XXIII.

Semicyclois terminat compoſitas ex arcubus & ſinubus ordina-
tim applicatas diametro circuli; vt hæc cũ ijs, quæ dicenda ſunt, in- Fig. 14
telligantur & demonſtrentur, aliquid nouæ conſtructionis adhiben-
dũ eſt. ſit *e b* diameter ſemicirculi *b d e*, inſiſtens ad angulos rectos
ipſi *e g*, ductiſq. quotcũque parallelis *o t*, *a i*, *k x*, ſit *l n* æqualis arcui
l b, item *d f* æqualis arcui *d l b*, *o ſ* arcui *p l b*, *e g* demũ arcui ſemicir-
culi *e d b*, & per extrema pũcta *b n ſ g* curua ducta cenſeatur: præte-
rea ſemicirculus *e d b* ita moueatur in *e g*, motu centri recto per *a i*,
& motu orbis circa *a*, vt motus vterq. æqualis ſit & ſimul fiat: præ-
terea aſſumatur *l m*, æqualis k *l*; *d e*, æqualis *a d*; *p q*, æqualis *o p*; idẽ-
que fiat in qualibet aſſumpta, & per extrema puncta *b m e q e* curua
ducatur; ſit deniq. curua *e r f b* ſimilis priori *b n f g*, & fig. ſinuũ *i y b*;
his poſitis, demonſtro, lineam *b n f g* eſſe ſemicycloidem, hoc eſt lineã
curuam deſcriptam à puncto *b*, in prædicto motu ſemicirculi, per
Def. 2. moueatur *b* motu orbis per arcum *b d*, recedit à *b e* ſpatio *a d*
id eſt ſinus arcus *d b*; ſimul autem moueatur motu cẽtri, æquali mo-
tui orbis, recedit à *b e* ſpatio *d f*, æquali arcui *d b*; nam æquales mo-
tus, æqualibus temporibus, ſupponunt ſpatia æqualia; igitur vtroque
ſimul motu punctum *b* recedit à *b e* ſpatio *a f*, & cum decurſo arcu
b d ſit in linea *a i*, erit in *f*; eodem modo probabitur, decurſo arcu
b l, punctum *b* eſſe in *n*; decurſo arcu *p l b*, eſſe in *ſ*; decurſo arcu *e d b*,
eſſe in *g*, denique decurſo quolibet arcu, terminare applicatam.

Vt autẽ omnis ambiguitas tollatur, aliquot definitiones nominis
ſubnecto: vocetur ſemicyclois, curua *b n g*; fig. ſemicycloidis *e b ſ g*;
axis *b e*; baſis *e g*; circulus genitor *b d e* ordinatim applicata *a f*; ſeg-
mentum rectũ k *b n*; ſegmentũ verſũ *γ f g*; trapezium rectũ *e k n g*;
trapezium verſum *e b f γ*.

Coroll. I.

Quodlibet ſegmentũ ordinatim applicatæ, inter arcũ ſemicirculi
e d b & curuam *b ſ g* interceptum, æquale eſt reſecto arcui; v. g. *d f*
æqualis arcui reſecto *d b*; *l n*, æqualis arcui *l b*; *p ſ*, æqualis arcui *p l b*.

Coroll. II.

Hinc linea curua *a ꝺ e* de qua fig. 13. eſt ſemicyclois; & *b a ꝺ e* fig.
cycloidis.

Corol. III.

Hinc rectè definita ſupra ſemicyclois, tũ per motum rotæ, vel cir-
culi

culi in plano, ita vt motus orbis & centri æquales sint; tum per ordinatim applicatas diametro circuli, cõpositas ex sinubus & arcubus

Corol. IV.

Fig. b e c est homogenea semicirculo b d c; vt enim a d est ad a s, ita K l ad K m, &c. vocetur terminãs duplas sinuum; est autẽ ellipsis, vt patet; item fig. cõtenta curuis b c d & b e d est vtriq. homogenea.

Corol. V.

Fig. contenta curuis b e c & b f g est homogenea trilineo b b g nẽpe e f est æqualis f i, est enim e f differentia sinus a d & arcus d b; itẽ f i plus d a æquat arcum d c igitur f i æqualis e f, item f e plus o p, æquat arcũ p c; igitur subtracto ex o t, arcu p c, plus p o, residuum est q f; assumpta autem K b æquali o c, subtracto ex K x arcu l b, æquali p c, vel l n plus K l, æquali e p, idest, subtracta tota k n, residua n x, erit æqualis q f; idem ostenditur qualibet alia assumpta; igitur sunt fig. homogeneæ. aliter ostenditur; cũ o p plus f t sit æqualis arcui p c, & consequenter rectæ p r; sitque p q æqualis p o, erit q r æqualis f t; pari modo m n est æqualis u x, igitur m u, æqualis n x; igitur trilineum g b q, homogeneũ fig. contentæ curuis c e b & e f b. & recta b b; igitur & æquale, per Posit. 1. Hinc etiã æqualis semicirculo c d b fig. contenta curuis e d b, c r b.

Coroll. VI.

Hinc trilineũ g i f, æquale trilineo e f b, item trapezium c e f g æquale trapezio c f i g.

Coroll. VII.

Trilineum d f b est homogeneũ fig. sinuum i y b; vt enim d f est æqualis i y, ita l n æqualis x z, scilicet arcui l b; idem dico, qualibet alia assumpta; igitur trilineũ homogeneum fig. igitur & æquale.

Propos. XXIV.

Fig. cycloidis adæquat tres circulos genitores, vel quod idem est fig. semicyloidis æquat tres semicirculos. Hanc propositionem nõnulli iam demonstrarunt, vt Torricellus in appendice de dimensione cycloidis, ego ab eo inuenta non retrudo, sed meo modo quadruplici demonstratione rem explano.

1. rectangulũ c i est æquale circulo genitori, per Coroll. 2. Posit. 2. trilineum g i f ęquale trilineo e f b, per Coroll. 6. a b e æquale semicirculo per Corol. 5. igitur a b e plus e i, vel quod idem est fig. semicycloidis c b g, æqualis tribus semicirculis.

2. c b æquale est duobus circulis; c e b æqualis circulo; igitur residuum æquale circulo; sed residui dimidium est trilineũ g b b per Coroll. 5. igitur æquale semicirculo; igitur aliud dimidium contentum curuis b e c, b f g & recta c g æquale semicirculo; igitur tota fig. c b g æqualis tribus semicirculis.

3. d f b trilineũ æquale fig. sinuum i y f, per Coroll. 7. igitur quadrato sub a b, per Coroll. 1. Prop. 3. trapezium e a f g æquale circulo minùs trilineo g i f, item trilineum e f b differentiæ quadrantis & quadrati; igitur a b f adæquat semicirculum plus prædicta differentia; trapezium adæquat circulum minùs eadem differentia, igitur vtrumque simul, id est tota fig. c b g adæquat tres semicirculos.

4. Fig. semicordis est æqualis tribus semicirculis, vt fusè ostensũ est Prop. 22. hęc autẽ est æqualis fig. c b g, quia homogenea; vtraque enim procedit per applicatas compositas ex arcubus & sinubus, per Coroll. 2. igitur fig. semicycloidis adęquat tres semicirculos; igitur tota fig. cycloidis tres circulos genitores.

Coroll. I.

Sectio cõtenta recta b g, & curua b f g, ęqualis est semicirculo, quia triangulũ c b g adæquat circulũ.

Coroll. II.

Trilineum d f b æquale quadrato sub a b; quia triangulum a b d ęquale quadranti, & fig. a b f æqualis quadranti plus quadrato.

Coroll. III.

Trilineum l b n, plus Trapezio c p f g adæquat rectangulum K b, quia p q c æquale x b l; q r c æquale x b u; denique trapezium c r f g æquale trapezio b n u b; idem qualibet alia assumpta, ostenditur: est autem K b ad circulum vt b K, ad b a; hinc trapezium d l n f, plus d p f f est ad circulum, vt a k ad a b. Hinc cylindrus sub altitudine K b, & basi circulo sub radio a b, est æqualis isoparallelo, sub basi k b & altitudine a b; sunt enim in composita ex ratione basium, quæ est b a ad b k, & altitudinum, quæ est b k ad b a.

Coroll. IV.

d e b ęqualis est quadranti, quia e f b trilineũ ęquale est differentiæ quadrantis & quadrati; item d f g æqualis bis segmento circuli contento arcu quadrantis & subtensa c d, item curua c f g diuidit bifariã triangulum b g b; item trilineum e f g continet quater prædictũ segmentum; igitur est duplum trilinei d f g.

Proposit. XXV.

Habetur ratio dati cuiuslibet segmenti recti fig. cycloidis ad totã fig. sit primò segmentum a b f, est ad c b g vt quadrans plus quadrato, sub a b, ad tres semicirculos, id est iuxta rationem archimedeã, vt 25. ad 66. sit deinde aliud segmentũ puta k b n, scitur ratio l b n vel x z b ad quadratũ sub a b, per p. 6. igitur ad quadrantem; scitur etiã ratio semisegmenti K b l ad quadrantẽ, est enim æquale rectangulo sub dimidia l u, & a b, minùs triang. a K l; igitur habetur ratio seg-

ſegmenti k *b n* ad quadrantem; igitur ad totam *c b g*, quæ continet 4. quadrantes. Haud aliter habetur ratio ſegmenti *o b ſ* quia habetur *c t*, item *g t ſ* æquale *m n b*; quo ſublato ex *c t*, & reſiduo ſublato ex tota *c b g*, reſiduum erit *o b ſ*. vel breuiùs; cum *e m n ſ* ſit æquale *f i t ſ*, datis, *o i*, *a b e*, & *m n b*, habetur *o b ſ* ęquale prędictis ſimul ſumptis.

Propoſ. XXVI.

Habetur centrū grauitatis fig. cycloidis; ſit ſemicycloidis fig. *e b g*, detracto ſemicirculo *c d b*, reſiduū eſt homogeneum fig. homogeneæ genito à fig. ſinuū, circa axem reuoluta, cum vtraq; fig. procedat per applicatas æquales arcubus; ſed perpendicularis cadens a centro
prædictæ figuræ homogeneæ ita diuidit baſim vt ſegmenta ſint
3/5 in ratione * per Coroll. 3. Prop. 22. igitur à centro figur. contentæ curuis *b d c*, *b ſ g* & recta *c g* perpendicularis cadens in axem *b e*, ita illum ſecat, vt ſegmentum verſus *b* ſit ad ſegmentum verſùs *e*, vt 5. ad 3. Si verò prędictæ fig. homogeneæ accedat ſemicirculus, eo mo-
* 5/7 do, quo dictum eſt ſupra, perpendicularis à centro cadens in axem,
ita illum ſecat, vt ſegmenta ſint in ratione * per Coroll. 9. Prop. 22. ſed fig. addito ſemicirculo eſt homogenea fig. *c b g* per Coroll. 2. Prop. 23. igitur à centro fig. *c b g* perpendicularis cadens in axem, ita illū ſecat, vt ſegmentum verſùs *b*, ſit ad aliud verſùs *e*, vt 7 ad 5. Hinc ſi *e b* ſit 12. partiū ęqualium, aſſumptis à vertice *b* ſeptem illarū, ibi erit *centrum fig. cycloidis*.

Coroll. I.

Hinc cuiuslibet ſegmenti recti fig. cycloidis centrum grauitatis habetur; ſit v. g. *a b ſ*; habetur centrum grauitatis fig. *i y b*, per Prop. 10. ducta igitur ab hoc centro, perpendiculari in *b a*, ibit per centrum trilinei homogenei *d f b*, per Poſit. 8. pari modo habetur centrum quadrantis *a d b*, & ducta ab eo perpendicularis in *a b*; por-
* 14/11 ro ita diuidatur ſegmentum axis perpendicularibus interceptum,
* 3/2 vt pars verſùs *b*, ſit ad aliam verſùs *a*, vt quadratum ad quadrantē,
* 31/33 ibi erit centrū ſegmenti *b a f*. vt autem aliquid calculi adhibeamus,
* 1/4 cētrū *a b d* facilè habetur, cū enim ratio figurarū id eſt quadrati ſub
* 1/2 *a d* & quadrantis *a d b* ſit * item ratio ſolidorū genitorū, facta reuolutione circa *a d*, * & altera diſtantiarum ſit dimidia *a b*, v. g. 7. erit altera diſtantia 5. * hęc eſt diſtantia centri grauitatis quadrātis ab *a d*; porro centrum trilinei *d f b* diſtat ab *a i* * totius *d f*. quæ cum ſit 22. poſito quod *a b* ſit 14. igitur erit diſtantia partium 5. *

Sit aliud ſegmentū k *b n*, habetur diſtantia centri grauitatis ſegmenti *x z h* ab axe *x e* per Coroll. 4. Prop. 21. igitur & fig. *l n b*; homogeneæ; ſcitur item diſtantia centri ſegmenti k *l b*, ab eadem K *l*; igitur ſi fiat vt ſupra, habetur diſtantia centri totius k *b n*, ab eadem k *n*; ſit demū ſegmentū *o b ſ*; habetur centrū *a b ſ*, item k *b n*, igitur & alterius partis *a* K *n ſ*, item *a b e*, & k *b m*, igitur *e f b*, item *e m n f*. igitur

igitur & *f i t ſ*, item *o i*, igitur *o a f ſ*; igitur & totius ſegmenti *o b ſ*. vt autem hæc ad calculos reducantur, ſupponitur circuli quadratura.

Coroll. II.

Hinc etiam aliarū partium fig. cycloidis in Axe *b e*, habentur centra grauitatis, v. g. *m n b*; cum enim habeatur centrum totius ſegmenti k *b n*; item k *b m*; habebitur etiā alterius partis *m n b*; item *ſ s g*, *x h n*, quæ ſunt fig. homogeneæ trilineo *m n b*; habetur item trilinei *e f g*; cum habeatur, tum totius *c b g*, tū partis *c e b*; item *c o ſ g*; item fig. contentæ curuis *b e c*, *b f g* & recta *c g*, habito ſcilicet centro totius *c b g* & partis *c e b*, igitur & trilinei *g b b*; item *c e f g*; itē *f i b b*; item ſectionis contentæ recta *b g* & curua *b ſ g*, cuiuslibet deniq; trapezij.

Prop. XXVII.

Si voluatur fig. cycloidis circa baſim, genitum eſt ad cylindrum eiuſdem altitudinis & baſis circuli ſub radio axi fig. æquali, vt 5. ad 8. ſit fig. ſemicycloidis *c b g* voluatur circa baſim *c g*, genitum eſt ad
cylindrum genitum à rectang. *c b*, vt 5. ad 8. ſcilicet in compoſita * 3/4
ex ratione figurarum * & diſtantiarum * quæ eſt * vel * nempe di- * 5/6
ſtantia centri figurę *c b g* à *c g*, eſt ad *c a*, vt 5. ad 6. per Prop. 26. adde quod fig. *c b g* eſt homogenea fig. ſemicordis, & genitum ab illa * 15/24
genito ab iſta homogeneum eſt autem genitum à figura ſemicordis * 5/8
ad cylindrum, vt 5. ad 8. per Coroll. 15. Prop. 22. igitur & genitum à *c b g* ad cylindrum genitum à *c b*, vt 5. ad 8. idem dicendum eſt de genito à tota fig. cycloidis ad cylindrum ſub baſi circulo genito à *c b*, & altitudine dupla *c g*.

Coroll. I.

Hinc genitum à trilineo *g b b* eſt ad genitum à fig. *c b g* vt 3. ad 5. ad cylindrū verò vt 3. ad 8.

Propoſ. XXIII.

Genitum à fig. ſemicycloidis circa baſim reuoluta, ſublato ſemicirculo genitore, eſt ad prędictum cylndrum vt 3. ad 8. hęc enim eſt homogenea figur. homogeneæ genito à fig. ſinuum, circa axem reuoluta igitur genita ab vtraque, homogenea; ſed genitum ab altera eſt ad cylindrum vt 3. ad 8. per Coroll. 15. Prop. 22. igitur &
genitum ab altera ad ſuū cylindrū vt 3. ad 8. ſit enim prædicta fig. * 3/4
cōtenta curuis *b d c*, *b f g*, & recta *c g*, circa *c g* reuoluta genitū eſt ad
cylindrum in compoſita ex ratione diſtantiarū, quæ eſt * per Prop. * 1/2
26. & Coroll. 3. prop. 22. & ex ratione figurarum, quæ eſt * ſed ex his * 3/8
compoſita eſt * igitur prędictū genitum eſt cylindrū vt 3. ad 8.

Coroll. I.

Hinc genitū à prędicta fig. eſt ęquale genito à trilineo *g b b*, quod eſt ad cylindrū vt 3. ad 8. per Corol. pr. 27.

Co-

Coroll. II.

Hinc genitu[illegible] à ſemicirculo *c d b* eſt ad genitum à prædicta fig. vt 2. ad 3. & ad cylindrũ vt 1. ad 4.

Coroll. III.

Cum autem genitum à *c e b* ſit duplum geniti à *c d b*, ſunt enim genita, vt fig. genitum à fig. contenta curuis *b e c*, *b f g*, eſt ſubduplũ geniti à ſemicirculo *c d b*; eſt enim genitũ à fig. contenta curuis *b d c*, *b e c* æquale genito à *c d b*; igitur vt 2. ſed genitũ a fig. contenta curuis *b d c*, *b f g* & recta *c g* eſt vt 3. igitur genitum à fig. contenta curuis *b e c*, *d f g* & recta *c g*, eſt vt 1. igitur * cylindri, & * geniti à *c d a*.

* $\frac{1}{8}$ * $\frac{1}{3}$

Coroll. IV.

Genitum à fig. prædicta, ſcilicet curuis *b e c* & *b f g*, contenta, eſt æquale genito à trilineo *c g h*; nam cum ſingulæ applicatæ ſint æquales, in vtraq. fig. genitæ ſuperficies ſunt æquales; v. g. genita à *q ſ*, æqualis genitæ ab *r t*; genita ab *e ſ* æqualis genitæ ab *f t*; igitur ſolida genita æqualia: Hinc genitum à trilineo *g h b*, eſt triplum geniti à trilineo *c g b*.

Coroll. V.

Genitum à *b c b* circa *c g* reuoluta, eſt ad genitum cylindrum vt 7. ad 8. cum enim genitum à trilineo *c g b*, ſit ad cylindrum vt 1. ad 8. erit genitum à *b e b*, ad cylindrum, vt 7. ad 8.

Coroll. VI.

Hinc demum habentur alia genita, puta à trilineo *c f g*, cum enim habeatur genitum à trilineo *c g b*, item genitum à trilineo *g f b*, quod eſt ad genitum à rectangulo ſub *g b*, *i ſ*, vt trilineum ad rectang. habetur genitum à *c f g*: item à fig. curuis *e d b*, *c f b*, & recta *b b* contenta; cum enim genitum à ſemicirculo *c d b* ſit ad cylindrum vt 2. ad 8. & genitum à *b c b* vt 7. erit genitum à prædicta fig. ad cylindrũ vt 5. ad 8. igitur æquale genito à *c b g*; cum autem genitum à *c e b* ſit vt 4. erit genitum a figura contenta curuis *c e b*, *c f b* & recta *b b*, ad cylindrum, vt 3. ad 8. igitur æquale genito a fig. contenta curuis *b d e*, *b f g* & recta *c g*. Hinc genita a *c d a* & trilineo *c f g*, adæquant genitum à trilineo *b b f*.

Prop. XXIX.

Genitum a quolibet ſegmento recto cycloidis circa baſim reuoluto haberi poteſt. Sit *a b f* circa *a f* reuolutum, genitum a *d f b* eſt æquale genito ab *i y b*; ſunt enim fig. homogeneæ; igitur dimidium cylindri eiuſdem baſis & altitudinis per prop. 4. genitum vero a quadrante *a d b*, eſt ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis, vt 2. ad 3. igitur ſit *a d* 7. *d f* 11. erit genitum ab *a b f* ad cylindrum ſub altitudine *a f* vt 10. * ad 18. vel vt cylindrus ſub eadem baſe & altitudine compoſita ex * *a d* & * *d f*. ideſt vt 61. ad 108.

* $\frac{1}{6}$ * $\frac{2}{3}$ * $\frac{1}{2}$

Sit

Sit aliud ſegmentum K *b n*; cum habeatur ratio K *b n* ad rectang. ſub *K m*, *K b*, & centri grauitatis vtriuſque diſtantia, ab ipſa K *m*; habetur ratio compoſita ex rationibus diſtantiarum & figurarum, ſed hæc eſt ratio ſolidorum genitorũ, per Poſit. 9. idem de quolibet alio ſegmento dictum ſit v. g. de *e b ſ*.

Coroll.

Hinc habentur genita ab *a d b*, *d e b*, *e f b*, ſeorſim; eſt autem genitum ab *e f b*, æquale genito ab *f i b*; item genitum a *b a f* circa *b b* reuoluta, habetur enim diſtantia centri *a b f*, ab ipſa *b b*; item genita a *d e b*, *e f b*, circa *b b* reuolutis; item a trapezio *b a f b*, & à quolibet alio, ex tradita regula generali.

Prop. XXX.

Habetur centrum grauitatis geniti tum a fig. cycloidis, tũ a quolibet ſegmento integro, circa baſim reuolutis; eſt enim in puncto, in quo baſis & axis decuſſantur; nempe centrum ſolidi geniti eſt in axe, qui per centra omniũ planorum ducitur; item in baſe figur. quæ per centra omniũ circulorũ etiã ducitur; igitur in concurſu vtriuſq. centrum geniti *eſſe* neceſſe eſt.

Propoſ. XXXI.

Habetur ratio ſolidi geniti a fig. ſemicycloidis, circa axem reuolutæ, ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis, ſint omnia vt ſupra ſemicycloidis fig. *c b g*, circa axem *b c* reuoluta, genitum ab illa eſt ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis, vt ſolidum ſub altitudine *c b*, procedens per quadrata *c g*, *o ſ*, *a f*, K *n* &c. ad parallelepipedum ſub altitudine *c b*, & baſi quadrato *c g*. vt enim parallelepipedũ eſt homogeneũ cylindro, ita prædictũ ſolidũ per quadrata procedens homogeneum genito a *c b g*; ſed ſcitur ratio prædicti ſolidi ad parallelepipedũ per Corol. 20. prop. 22. igitur inde habetur ratio prædicti geniti ad cylindrum, quam infra in calculis probabimus.

Coroll. I.

Hinc habentur multa ſolida genita, facta reuolutione circa *b c*, ſcilicet genitum a trilineo *b b g*, item genitum a fig. contenta curuis *b d c b f g*, ſublato genito a *b d c*; item genitum à fig. contenta curuis *b e c*, *b f g* & recta *c g*, ſublato genito a *b e c*, duplo geniti a *b d c*; itẽ genitum a *c a f g*; ſi enim ex parallelepipedo ſub altitudine *c a* & baſi quadrato *c g*, auferatur bis iſoparallelum ſub baſi trilineo *i g f*, & altitudine *c g*, minus ſolido ſub altitudine *i g*, procedente per quadrata ſub *f i*, *ſ t*, & alijs differentijs arcuum & ſinuum, reſiduum procedit per quadrata *c g*, *o ſ*, *a f*, hæc autẽ cognita ſunt per Coroll. 20. prop. 22. ſit autem vt Prædictum parallelepipedum ad prædictum reſiduũ, ita cylindrus genitus a *c i*, ad aliud ſolidum, hoc ipſum erit genitum à *c a f g*, quod prædicto reſiduo eſt homogeneum.

Coroll.

Coroll. II.

Hinc habetur centrum grauitatis *c b g*; nempe iam habetur illius distantia a basi *c g*, per Prop. 26. habetur ratio genitorum, quę est cōposita ex ratione figurarum, quæ habetur, & ex ratione distantiarū, quarum altera habetur, scilicet dimidia *c g*, igitur altera etiam habetur; datis enim duobus terminis cōpositæ, item duobus alterius rationis cōponentis, cū tertio termino alterius, habetur quartus terminus eiusdem, vt supra ostensū est: igitur habetur perpendicularis cadens à centro fig. in basim *c g*, itē perpendicularis ab eodē cadens in axē *c b*; igitur habetur cōcursus vtriusq. in quo est centrū fig. *c b g*.

Coroll. III.

Habetur etiam centrum trilinei *i b g*, quod eodem modo demōstratur; item genitum ab eodem trilineo, circa *g b* reuoluto; habetur enim ratio composita distantiarum & figur. igitur solidorū genitorū; itē habetur centrū trapezij *c a f g*, scilicet perpendicularis ab eo cadens in axem *c b*; igitur genitū ab eodē trapezio, circa *g i* reuoluto, quo sublato ex cylindro genito a *g a*, habetur genitum à trilineo *i f g*.

Prop. XXXII.

Habetur solidum genitum à segmento circa axem reuoluto, cuius basis in centrum circuli genitoris cadit. sit v.g. *a b f*; genitum ab eo est homogeneum solido, sub altitudine *a b*, procedenti per quadrata sub compositis ex arcubus & sinubus: vt patet, est enim *a f* composita ex sinu *a d* & arcu *d b*, item K *n* ex sinu *K l* & arcu *l b* &c. scitur autem ratio huius solidi ad parallelepipedum eiusdem altitudinis & basis, igitur & prædicti geniti ab *a b f* ad cylindrum; scitur inquā prædicta ratio per Corol. 7. prop. 14. & Coroll. 20. pr. 22.

Coroll. I.

Hinc habetur centrum grauitatis segmenti *a b f* quod etiā alio modo habetur, cognito scilicet centro totius fig. *c b g* & trapezij *c a f g*; Habetur etiā genitū a *b f c*, duplum scilicet geniti ab *a b f*.

Coroll. II.

Habetur genitum a *d f b*, sublato scilicet genito ab *a d b*: ac proinde centrum eiusdē *d f b*; item genitum à fig. contenta curuis *b d e*, *b f c* ac eiusdem fig. centrum; item genitum a trilineo *e f b*, sublato genito ab *a e b* duplo geniti ab *a d b*, eiusdemq. trilinei centrū; itē genitum a lunula cōtenta curuis *b e c*, *b f c*, sublato genito a *b e c*; habentur etiam centra figurarum, cognitis genitis.

Coroll. III.

Facta autem reuolutione circa *b g*, habetur genitum a trilineo *g b b*.

g b b cuius habetur centrum; item à fig. *c b g*, propter eamdem rationem; item genitum à fig. contenta curuis *b d c*, *b f g*, & recta *c g*; item à fig. contenta curuis *b e c*, *b f g*, & recta *e g*; item genitum à prædicta lunula; item à trilineo *e g f*, vel *b b f*; quia scilicet cognoscuntur centra.

Prop. XXXIII.

Secto solido quod procedit per rectangula, sub sinubus rectis & complementi, habetur ratio segmentorum; sit prædictum solidum *a b d c*, de quo supra, procedens per segmenta *b a c*, *o b g*, &c. vel per rectāgula parallela *e g*, quod est sub sinu recto & cōplemēti, vt ostensum est in Corol. 2. Prop. 13. secetur plano *o b g*, cum sit homogeneū triang. *a f d*, sunt segmenta solidi vt segmenta trianguli; hæc autem sunt vt quadrata segmentorū basis *a b*, *b d*. igitur cognito toto solido, cognoscuntur segmenta. Fig 16

Coroll. I.

Hinc secto solido per planum *e g*, cognoscitur segmentū interceptum planis *b a c*, *o b g*, ex quo si auferatur isoparallelū, sub basi *e f a*, & altitudine *a b*, cognoscitur residuū, cuius basis est *e g* & alitudo *e b*.

Coroll. II.

Hinc solidi *a e c* secti plano *d b* segmenta cognoscuntur; nempe habetur isoparallelum, sub basi trapezio *a l K b*, & altitudine *a g*, segmentum vero sub basi *g i d b* & altitudine *g f* sic haberi potest, cognoscitur solidum procedens per sectores parallelos *g i d* versus *f e*, est homogeneum triangulo; igitur dimidium isoparalleli sub basi sectore *g i d*, & altitudine *g f*, cognoscitur etiam solidum procedēs per triangula parallela *g b d* versus *f e*, est enim subduplum solidi cogniti, procedentis per rectangula sub sinubus rectis & complementi, per Cor. 1. igitur cognoscitur segmentū interceptū planis *a e* & *b k*; quo sublato ex toto solido *a e c*, habetur residuum segmentū *d b c*. Fig 17

Coroll. III

Hinc solidum segmentum sub base *g b d i*, & altitudine *g f*, est æquale isoparallelo sub basi K *l n p*, & altitudine *l i*.

Coroll. IV.

Si redeamus ad figuram *c b g*, solidum procedens per rectangula sub sinubus & arcubus, id est sub *a d*, *d f*, *K l*, *l n*; &c. est homogeneū prædicto solido; hinc si secetur plano *l n*, habebitur ratio segmentorū, vt supra; additoque solido procedente per quadrata sinuum *a d*, *k l* cognito, habebitur solidū procedens per rectangula sub *a f*, *a d*, *k n*, *k l*; id est sub sinubus & compositis ex sinubus & arcubus; habebitur etiam segmentorum ratio ducto plano *K n*. Fig. 14

Prop. XXXIV.

Facta reuolutione circa axem, habetur genitum à fig. contenta semicycloide, & recta eidem subtensa: sit $c\,e\,g$ semicyclois, sit figura contenta curua $b\,f\,g$ & recta $b\,g$, habetur solidū ab ea genitum circa $b\,c$ reuoluta, nēpe si ex solido genito à $c\,b\,f\,g$, auferatur conus genitus à triangulo $c\,b\,g$, residuum dabit genitum à prędicta fig.

Coroll. I.

Hinc habetur centrum grauitatis prędictæ fig. item genitum à $\delta\,f\,b$, sublato scilicet genito ab $a\,\delta\,b$ cognito, ex genito ab $a\,f\,b$ etiā cognito; hinc habetur genitum à $\delta\,f\,g$; item centrum grauitatis tū $\delta\,f\,b$ tum $\delta\,f\,g$.

Coroll. II.

Si sit alia linea semicycloidis $g\,d\,b$ communi subtensa $b\,g$, centrum vtriusque simul est in $a\,f$; cum vtrinque applicatæ parallelæ $a\,f$ & æquidistantes sint æquales, igitur in puncto δ, vt patet;

Coroll. III.

Hinc habetur genitum ab vtraq. simul sumpta, est enim ad cylindrum genitum a $b\,g$, in ratione composita figurarum & distantiarū: distantiæ sunt æquales; nam centrum vtriusque fig. est in δ, igitur genita sunt vt fig. rectangulū est duplū figuræ; igitur genitū a fig. est subduplū geniti a rectangulo.

Coroll. IV.

Hinc genitum à prædicta figura est sesquialterum coni geniti à triangulo $b\,c\,g$, & subsesquitertium geniti à triangulo $b\,g\,h$; hinc genitum ab vtroque trilineo simul sumpto est æquale genito à figura, suntque genita vt figuræ cum centrum vtriusque sit in δ.

Coroll. V.

Si voluatur prædicta fig. circa $c\,g$ cum genitum à $c\,b\,g$ sit ad cylindrum vt 5. ad 8. id est vt 15. ad 24. erit genitum à prædicta fig. vt 12. ad 24. igitur genitum à trilineo $b\,c\,g$ vt 3, & genitum à trilineo $g\,b\,h$ vt 9. Hinc genitū à dimidia figura contenta curua $b\,f\,g$, & recta $b\,g$, vt 7. quia genitum à triang. $g\,b\,h$ vt 16. igitur genitum ab alia dimidia vt 5. Hinc vides processionem per numeros impares. initio ducto à trilineo $b\,c\,g$, 3. 5. 7. 9. genitum denique ab $h\,g\,b$ vt 21. porro in hoc, duo trilinea $c\,b\,g$, $g\,b\,h$ conueniunt cum parabolicis, quod genitum ab vno sit triplum geniti ab alio.

Schol.

Fig. 13 Sed ad calculationes venio. Sit cyclois integra $b\,a\,e$, licet enim supra figurę sinuū loco fuerit, nunc suppono esse cycloidem, quæ voluatur

luatur

luatur circa $b\,e$; vt $c\,a$ circulum gignit. ita & aliæ omnes ordinatim applicatæ parallelæ: sit $c\,a$ axis fig. v. g. 14. $e\,b$ basis 44. iuxta rationē Archimedeam, sit solidum homogeneum procedens per quadrata sub diametris circulorum genitorum à prædictis ordinatim applicatis, sub altitudine $e\,b$; vocetur homogeneum maius; sit aliud, sub altitudine $c\,e$ procedens, per quadrata applicatarum parallelarum $c\,a$; vocetur homogeneum minus; hoc est suboctuplum maioris, vt patet: sit isoparallelum sub basi $b\,a\,e$, & altitudine $a\,i$, sectum plano $e\,i\,b$, homogeneum minus est æquale superiori frusto; cum sit duplum dimidij frusti, nempe homogeneum procedit per quadrata, & semifrustum per triangula, sub eadem vtrumque altitudine $c\,e$; estque quodlibet quadratum, duplum sui trianguli; porro sit centrum grauitatis fig. $b\,a\,e$ in K, ita vt $c\,K$ sit ad $c\,a$, vt 5. ad 12. erit prædictum frustum ad isoparallelum vt 5. ad 12. igitur & homogeneum minus, vt 5. ad 12. igitur homogeneum maius vt 40 ad 12. id est vt 10. ad 3. cum igitur fig. $e\,a\,b$ adæquet tres circulos sub diametro $c\,a$, circulus sub diametro dupla $c\,a$ erit ad figuram $c\,a\,b$ vt 4. ad 3. igitur cylindrus sub basi prædicto circulo, & altitudine $a\,i$, ad isoparallelum vt 4. ad 3. igitur homogeneum maius ad hunc cylindrum vt 10. ad 4. vel 5. ad 2. sed hic cylindrus est ad genitum à rectangulo sub $b\,e$, $c\,a$, circa $e\,b$ reuoluto, vt $c\,a$ ad $e\,b$, id est vt 14. ad 44. igitur homogeneum maius erit ad genitum à prædicto rectangulo vt 35. ad 44. at parallelepipedum sub basi quadrato duplæ $c\,a$, & altitudine $e\,b$, est ad prædictum genitum vt 14. ad 11. id est vt 56. ad 44, & ad homogeneū maius vt 56. ad 35. id est vt 8. ad 5. igitur homogeneum maius ad genitum à fig. $e\,a\,b$ vt 35. ad 27 * id est vt 14. ad * $\frac{1}{2}$.
11. igitur homogeneum maius ad cylindrū sub basi circulo diametri $c\,a$ & altitudine $a\,i$, erit vt 40. ad 4. id est vt 10, ad 1. igitur genitū ab $e\,a\,b$ ad cylindrum sub basi circulo genitore & altitudine $c\,a$, est vt 55. ad 14.

Sit vero $i\,y$, vel $d\,f$, 11. $e\,b$ 14. parallelepipedū sub basi quadrato Fig. 24

$i\,y$, vel $d\,f$, & altitudine $i\,b$, erit 847. ductum in 3.	2541.
cubus sub latere $i\,b$, erit 343 ductus in 3.	1029.
solidum procedens per quadrata arcuum $i\,y$, $x\,z$, &c. sub altitudine $i\,b$, erit 392. ductum in 3.	1176.
solidum homogeneum sphęræ procedens per quadrata sinuum sub altitudine $i\,b$, erit $228\frac{2}{3}$. ductum in 3.	686.
solidum procedens per rectangula sub arcubus & sinubus & sub eadem altitudine $i\,b$. erit $297\frac{1}{2}$ ductum in 3.	$892\frac{1}{2}$
differentia solidi vtriusque,	$206\frac{1}{2}$
addatur hæc differentia vltimo solido, erit aggregatum	1099.

auferatur hoc aggregatum ex solido procedente per

qua.

quadrata arcuum, residuum erit 77.
& hoc est solidum procedés per quadrata differentiarum
arcus inter & sinus.

Si ex parallelepido sub quadrato *eg*, & altitudine *ea*,
auferatur bis isoparallelum sub basi trilineo *gif*, & alti-
tudine *eg*, minùs solido procedente per quadrata *fi*, *ft*,
scilicet per quadrata differentiarum, de quo supra, resi-
duum erit solidum procedens per quadrata *eg*, *os*, *af*,
scilicet, 9779.
Addatur solido, procedenti per quadrata arcuum bis soli-
dum procedens per rectangula sub arcubus & sinubus,
minùs solido procedente per quadrata sinuum, eritque
aggregatum procedens per quadrata *af*, *Kn*, &c. com-
positarum ex arcubus & sinubus scilicet, 2275.
addatur vnum alteri, eritque solidum procedens per qua-
drata *eg*, *af* &c. 12054.
est autem parallepipedum sub basi quadrato *eg*, & altitu-
dine *eb* 20328.
igitur parallelepipedum est ad solidum procedens per quadrata *eg*,
af, &c, id est cylindrus genitus à rectangulo *eb*, ad genitum à fig.
ebg circa *be* reuolutis, vt 484. ad 287.

* 1/5 Hinc si auferatur ex *genito* à fig. *ebg*, genitum à triangulo *ebg*,
* 2/3 id est * *geniti* à *eb*, residuum dabit genitum à fig. contenta curua
bfg & recta *bg*, scilicet 125 * igitur genitum ab alia semiportione
* 1/3 116 * igitur genitum à trilineo *beg*, 45. igitur genitum à ~~fi~~ alio tri-
lineo 197.

Sublato autem bis solido, procedente per quadrata sinuum, ex
* 1/3 solido, quod procedit per quadrata *eg*, *af*, residuum erit 10682. igi-
tur si genitum à *edfg* est 287. genitum à fig. contenta curuis *bde*,
* 2/3 *bfg*, & recta *eg* erit 254. * & consequenter genitum à semicirculo
* 1/3 *edb*, 32. igitur genitum à *ceb*, 130 * igitur genitum à figura con-
tenta curuis *bec*, *bfg* & recta 156 * est autem genitum à *eb* circa
eb ad genitum circa *eg*, vt 847. ad 539. id est 484. ad 308. igitur
* 1/2 genitum à *ebg* circa *be*, ad genitum à *ebg* circa *eg* vt 287. ad 192.
* alio modo habetur genitum à trilineo *beg*, sublato scilicet geni-
to à fig. contenta curuis *bfg*, *bdg*, dimidio geniti à *eb*, ex genito à
ebg, id est 242. ex 287. residuum 45. erit genitum à trilineo *beg*.